



**Seria: Wykłady**

---

## ***Systemy elektroenergetyczne***

***Wykład 2***

### ***Modele linii elektroenergetycznych***

**Autor:**

**dr inż. Zbigniew Zdun**  
**dr inż. Krzysztof Księżyk**  
**mgr inż. Tomasz Zdun**

Warszawa, 2020

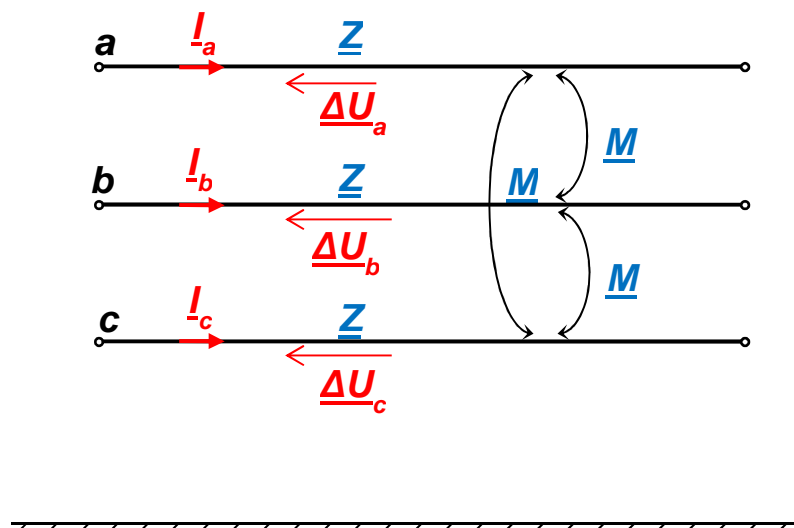
## Spis treści

1.	Modele linii elektroenergetycznych.....	3
1.1.	Impedancje wzdłużne linii.....	3
1.2.	Symetryzacja parametrów linii.....	12
1.3.	Model linii dwutorowej z przewodami wiązkowymi i przewodami odgromowymi	13
1.3.1.	Algorytm tworzenia modelu linii z przewodami wiązkowymi i przewodami odgromowymi: .....	14
1.3.2.	Macierz impedancyjna linii zwartej .....	17
1.3.3.	Eliminacja węzłów przewodów odgromowych .....	18
1.3.4.	Zastosowanie metody składowych symetrycznych.....	21
1.3.5.	Inwersje macierzy $Z_1$ i $Z_0$ .....	22
1.3.6.	Modele admitancyjne linii otwartej (niezwartej) jednotorowej .....	23
1.3.7.	Schematy zastępcze dwutorowej linii przesyłowej.....	24
2.	Przykłady obliczeń .....	27
2.1.	Jednotorowa linia 110 kV.....	27
2.1.1.	Uwzględnienie przewodów odgromowych.....	29
2.2.	Jednotorowa linia 220 kV.....	32
2.2.1.	Obliczenia bez uwzględnienia przewodów odgromowych (1 torowa 220 kV) ....	32
2.2.2.	Z uwzględnieniem przewodów odgromowych (1 torowa 220 kV).....	34
2.3.	Jednotorowa linia 400 kV z dwoma przewodami w wiązce i dwoma przewodami odgromowymi .....	36
2.4.	Obliczenia dwutorowej linii 400 kV z trzema przewodami w wiązce i dwoma przewodami odgromowymi .....	39
2.4.1.	Obliczenia linii dwutorowej 400 kV z trzema przewodami w wiązce i z uwzględnieniem przewodów odgromowych ale bez uwzględnienia rezystancji.....	47
3.	Uptywności poprzeczne mocy czynnej linii .....	49
4.	Pojemności linii.....	50
5.	Schemat zastępczy linii do obliczeń stanów ustalonych.....	56
6.	Model admitancyjny linii w układzie fazowym.....	57
7.	Dane typowych linii .....	61
8.	Schematy do obliczeń zwarciovych .....	62
9.	Linia długa w ustalonym stanie pracy.....	63
10.	Rozwiązywanie liniowego układu równań – eliminacja Gaussa .....	64
11.	Odwracanie macierzy .....	66

## 1. Modele linii elektroenergetycznych

### 1.1. Impedancje wzdłużne linii

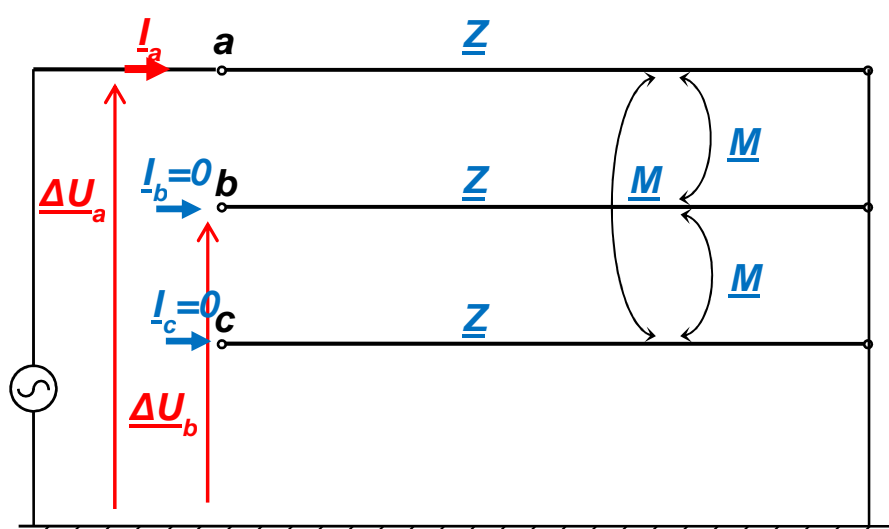
Linia elektroenergetyczna są to trzy przewody zawieszony nad ziemią (Rys. 1.1).



Rys. 1.1. Linia elektroenergetyczna

Linia elektroenergetyczna jest układem wieloelementowym, do którego należy również ziemia. Elementarnym jej obwodem jest tak zwany obwód ziemno-powrotny: przewód fazowy – ziemia, którego parametry elektryczne można zmierzyć i obliczyć.

Linie elektroenergetyczną można przedstawić w postaci układu obwodów ziemno-powrotnych. Bezpośrednio wyznaczane przez parametry obwodu przewód – ziemia są impedancje własne i wzajemne, co na przykładzie linii trójfazowej zwartej na jednym krańcu pokazuje Rys. 1.2.



Rys. 1.2. Linia zwarta

Jeśli  $I_b=I_c=0$ , (jak na Rys. 1.2) to:

$$\underline{Z} = \frac{\Delta U_a}{I_a} = R_{aa} + j\omega L_{aa} \quad \text{oraz} \quad \underline{M} = \frac{\Delta U_b}{I_a} = R_{ab} + j\omega L_{ab} \quad (1.1)$$

gdzie:  $L_{aa} = \frac{\psi_{aa}}{I_a}$        $L_{ab} = \frac{\psi_{ab}}{I_a}$

a  $\psi_{aa}$  oraz  $\psi_{ab}$  są strumieniami elektromagnetycznymi własnym i wzajemnym wywołanym przepływem prądu  $I$  w jednym z przewodów linii elektroenergetycznej. Tak więc wartości impedancyjne  $\underline{Z}$  oraz  $\underline{M}$  można wyznaczyć z prób pomiarowych. W ten sposób abstrakcyjne elementy nabrały sensu fizycznego jako impedancje realnych obwodów elektrycznych.

W przypadku nieuwzględnienia pojemności i upływności obwodów w linii bez przewodów odgromowych i pojedynczych przewodach fazowych, stan elektryczny jest opisany równaniami:

$$\begin{aligned} \Delta U_a &= \underline{Z} I_a + \underline{M} I_b + \underline{M} I_c \\ \Delta U_b &= \underline{M} I_a + \underline{Z} I_b + \underline{M} I_c \\ \Delta U_c &= \underline{M} I_a + \underline{M} I_b + \underline{Z} I_c \end{aligned} \quad (1.2)$$

przy czym:

$\underline{Z}$  – impedancja wzdłużna przewodów,  
 $\underline{M}$  – impedancja wzajemna przewodów.

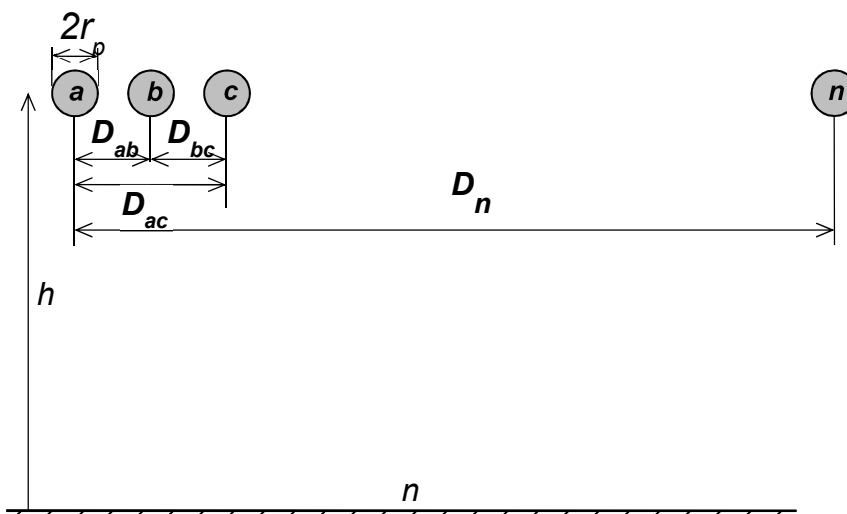
W postaci macierzowej relacja (1.2) jest:

$$\Delta \underline{U} = \underline{Z} \cdot \underline{I} \quad (1.3)$$

gdzie:

$$\underline{Z} = \begin{bmatrix} \underline{Z} & \underline{M} & \underline{M} \\ \underline{M} & \underline{Z} & \underline{M} \\ \underline{M} & \underline{M} & \underline{Z} \end{bmatrix} \quad (1.4)$$

jest specyficzną macierzą impedancyjną węzłową.



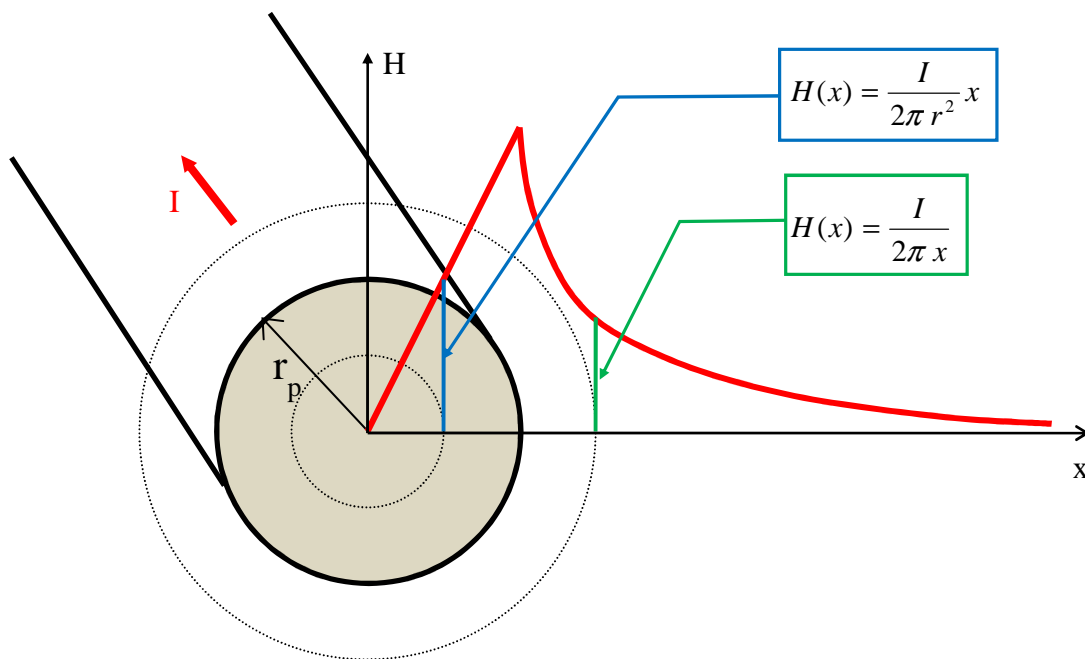
Rys. 1.3. Zastąpienie ziemi przewodem fazowym

Impedancje skomplikowanego obwodu elektrycznego przewodów fazowy – ziemia wyznacza się sprowadzając układ do obwodu złożonego z dwóch walców po zastąpieniu ziemi przewodem walcowym w odległości  $D_n$  od przewodu fazowego, (Rys. 1.3).

$$D_n \approx 660\sqrt{\rho_n f} = 93\sqrt{\rho_n}, m, \quad (1.5)$$

Natężenie pola elektromagnetycznego wywołane prądem płynącym w walcowym przewodzie jednorodnym (Rys. 1.4) oblicza się na podstawie prawa przepływu Ampera:

$$\oint_L \vec{H} \cdot d\vec{l} = I \quad (1.6)$$



Rys. 1.4 Rozkład natężenia pola od prądu płynącego w przewodzie walcowym.

Stąd wewnątrz przewodu w odległości  $x$  od środka jest:

$$\int_0^{2\pi x} H(x) dx = I(x) \quad \text{czyli:} \quad H(x) \cdot 2\pi x = \frac{I}{\pi r^2} \pi x^2 \quad (1.7)$$

a więc ostatecznie:

$$H(x) = \frac{I}{2\pi r^2} x \quad (1.8)$$

zatem jest liniowo zależne od odległości  $x$  od środka przewodu.

Natężenie pola elektromagnetycznego na zewnątrz przewodu jest:

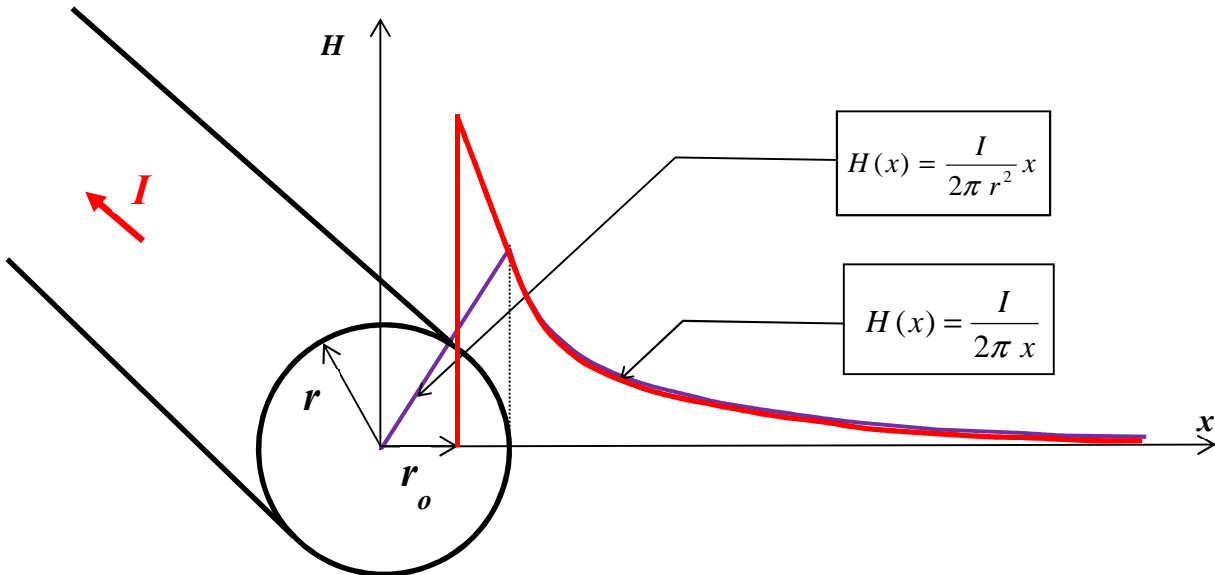
$$H(x) 2\pi x = I$$

stąd:

$$H(x) = \frac{I}{2\pi x} \quad (1.9)$$

jest zatem odwrotnie proporcjonalne do odległości  $x$  od środka przewodu.

Przyjmuje się, że całe pole elektromagnetyczne w obwodzie ziemnopowrotnym linii elektroenergetycznej jest wytworzone przez prąd płynący tylko w przewodzie fazowym, (w przewodzie zastępującym ziemię prąd nie płynie). Wygodnie jest również przyjąć, że pole magnetyczne jest zlokalizowane na zewnątrz przewodu fazowego tak jak na Rys. 1.5. Na rysunku tym przedstawiono linią fioletową rozkład natężenia pola zgodny ze wzorami (1.8), (1.9) a pogrubioną czerwoną linią ciągłą rozkład pola przyjmowany do dalszych rozważań tylko według wzoru (1.9).

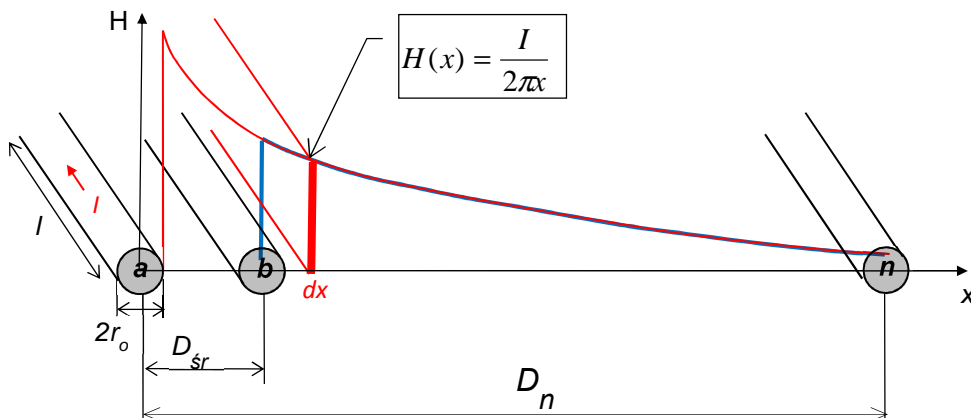


Rys. 1.5. Rozkład natężenia pola przyjmowany do dalszych rozważań

Rozkład ten jest określany wzorem (1.9), w którym zamiast promienia przewodu  $r$  wstawia się zastępczy promień  $r_0$ , który dobiera się tak, by pola pod krzywymi przedstawiającymi rozkłady pól były jednakowe. Z porównania tych pól (strumieni skojarzonych) wynika, że dla jednorodnego przewodu walcowego:

$$r_0 = r e^{-0.25\mu'} \quad (1.10)$$

Sprawa się komplikuje, jeśli przewód jest linką i to z rdzeniem ferromagnetycznym ( $\mu' \neq 1$ ), i jeśli przewody są wiązkowe. Wartości  $r_0$  są podawane w katalogach technicznych.



Rys. 1.6. Wyznaczanie indukcyjności własnej i wzajemnej

Indukcyjność własna obwodu przewód ziemia (Rys. 1.6) jest wyznaczana jako iloraz strumienia pola elektromagnetycznego i prądu:

$$L_{aa} = \frac{\Psi_{aa}}{I} = \frac{1}{I} \int_{r_o}^{D_n} \mu_o H(x) l dx = \frac{1}{I} \mu_o l \int_{r_o}^{D_n} \frac{I}{2\pi x} dx = \frac{\mu_o l}{2\pi} \int_{r_o}^{D_n} \frac{1}{x} dx = \frac{\mu_o l}{2\pi} \ln \frac{D_n}{r_o} \quad (1.11)$$

przy czym  $\mu_o = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H/m}$ , a długość przewodu  $l$ ,  $D_n$  oraz  $r_o$  są wyrażone w metrach.

Ostatecznie więc indukcyjność własna fazy na przykład **a** jest:

$$L_{aa} = \frac{\mu_o l}{2\pi} \ln \frac{D_n}{r_o} \quad (1.12)$$

Indukcyjność wzajemna dwóch obwodów ziemnopowrotnych (Rys. 1.6) jest wyznaczana jako iloraz strumienia pola elektromagnetycznego obejmującego obwód ziemnopowrotny na przykład fazy **b**, a wywołanego przepływem prądu w obwodzie fazy **a**:

$$L_{ab} = \frac{\Psi_{ab}}{I_a} = \frac{\mu_o l}{2\pi} \int_D^{D_n} \frac{1}{x} dx = \frac{\mu_o l}{2\pi} \ln \frac{D_n}{D_{sr}} \quad (1.13)$$

Rezystancję przewodów fazowych oblicza się ze znanego wzoru:

$$R_p = \frac{l}{\gamma \cdot S} \quad (1.14)$$

gdzie:

$l$  - długość przewodu, m,

$\gamma$  - konduktancja jednostkowa materiału z jakiego wykonane są przewody, S·m/mm<sup>2</sup>,

$S$  - przekrój przewodu, mm<sup>2</sup>.

Rezystancję przewodu umownego zastępującego ziemię oblicza się z empirycznego wzoru :

$$R_n' = 10^{-3} f \Omega / km \quad (1.15)$$

gdzie  $f$  jest częstotliwością prądu ( $f = 50 \text{ Hz}$ ).

Przyjmując  $\mu_o = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H/m}$  oraz długość  $l = 1000 \text{ m}$  otrzymamy że jednostkową impedancję własną obwodu przewód - ziemia wyraża się wzorem:

$$\underline{Z}' = \frac{1000}{\gamma S} + 0,05 + j2\pi \cdot 10^{-2} \ln \frac{D_n}{r_o} [\Omega / km] \quad (1.16)$$

a jednostkową impedancję wzajemną dwóch obwodów ziemno-powrotnych:

$$\underline{M}' = 0,05 + j2\pi \cdot 10^{-2} \ln \frac{D_n}{D_{sr}} [\Omega / km] \quad (1.17)$$

Impedancje te stanowią podstawę modelu sieci w postaci równania (1.2), czyli elementów macierzy  $\underline{Z}$  w relacji (1.3). Model taki jest niewygodny do obliczeń, toteż stosuje się przekształcenie diagonalizujące macierz  $\underline{Z}$  w relacji (1.3). Jednym z takich przekształceń stosowanym powszechnie w elektrotechnice jest metoda składowych symetrycznych. Metoda składowych symetrycznych polega na wymnożeniu obustronnym relacji:

$$\begin{bmatrix} \underline{\Delta U}_a \\ \underline{\Delta U}_b \\ \underline{\Delta U}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{Z} & \underline{M} & \underline{M} \\ \underline{M} & \underline{Z} & \underline{M} \\ \underline{M} & \underline{M} & \underline{Z} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{I}_a \\ \underline{I}_b \\ \underline{I}_c \end{bmatrix}$$

$$\underline{\Delta U} = \underline{Z} \cdot \underline{I} \quad (1.18)$$

przez macierz przekształcenia  $\underline{S}$  w następujący sposób:

$$\underline{S} \cdot \underline{\Delta U} = \underline{S} \cdot \underline{Z} \cdot \underline{S}^{-1} \cdot \underline{S} \cdot \underline{I} \quad (1.19)$$

otrzymując:

$$\underline{\Delta U}_S = \underline{Z}_S \cdot \underline{I}_S \quad (1.20)$$

gdzie:

$$\underline{Z}_S = \underline{S} \cdot \underline{Z} \cdot \underline{S}^{-1} = \begin{bmatrix} \underline{Z} + 2\underline{M} & 0 & 0 \\ 0 & \underline{Z} - \underline{M} & 0 \\ 0 & 0 & \underline{Z} - \underline{M} \end{bmatrix} \quad (1.21)$$

a macierz  $\underline{S}$  jest:

$$\underline{S} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \underline{a} & \underline{a}^2 \\ 1 & \underline{a}^2 & \underline{a} \end{bmatrix} \quad \underline{S}^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \underline{a}^2 & \underline{a} \\ 1 & \underline{a} & \underline{a}^2 \end{bmatrix} \quad (1.22)$$

przy czym:

$$\underline{a} = -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2} \quad \underline{a}^2 = -\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2} \quad (1.23)$$

$$\begin{aligned} \underline{Z}_S &= \underline{S} \cdot \underline{Z} \cdot \underline{S}^{-1} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \underline{a} & \underline{a}^2 \\ 1 & \underline{a}^2 & \underline{a} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{Z} & \underline{M} & \underline{M} \\ \underline{M} & \underline{Z} & \underline{M} \\ \underline{M} & \underline{M} & \underline{Z} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \underline{a}^2 & \underline{a} \\ 1 & \underline{a} & \underline{a}^2 \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} \underline{Z} + 2\underline{M} & 0 & 0 \\ 0 & \underline{Z} - \underline{M} & 0 \\ 0 & 0 & \underline{Z} - \underline{M} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{Z}_0 & & \\ & \underline{Z}_1 & \\ & & \underline{Z}_2 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Wykonując mnożenie macierzowe (1.21) otrzymuje się macierz  $\underline{Z}$  przekształconą do macierzy  $\underline{Z}_S$  o następującej postaci :

$$\underline{Z}_S = \begin{bmatrix} \underline{Z}_0 & 0 & 0 \\ 0 & \underline{Z}_1 & 0 \\ 0 & 0 & \underline{Z}_2 \end{bmatrix} \quad (1.24)$$

przy czym:

$$\begin{aligned} \underline{Z}_0 &= \underline{Z} + 2\underline{M} \\ \underline{Z}_1 &= \underline{Z}_2 = \underline{Z} - \underline{M} \end{aligned} \quad (1.25)$$



Przechodząc na parametry jednostkowe wykorzystując wzory (1.16), (1.17) na współczynniki  $\underline{Z}'$  i  $\underline{M}'$  otrzymujemy:

$$\underline{Z}'_0 = \underline{Z}' + 2 \underline{M}' = \left( \frac{1000}{\gamma S} + 0,05 + j2\pi 10^{-2} \ln \frac{D_n}{r_o} \right) + 2 \left( 0,05 + j2\pi 10^{-2} \ln \frac{D_n}{D_{sr}} \right) \quad (1.26)$$

$$\underline{Z}'_1 = \underline{Z}'_2 = \underline{Z}' - \underline{M}' = \left( \frac{1000}{\gamma \cdot S} + 0,05 + j2\pi 10^{-2} \ln \frac{D_n}{r_o} \right) - \left( 0,05 + j2\pi 10^{-2} \ln \frac{D_n}{D_{sr}} \right) \quad (1.27)$$

Po uporządkowaniu (1.26), (1.27) otrzymuje się podstawowe wzory na wyznaczenie impedancji jednostkowych linii ( na 1 km długości linii ) z danych konstrukcyjnych linii napowietrznej:

$$\begin{aligned} \underline{Z}'_1 = \underline{Z}'_2 &= \frac{1000}{\gamma S} + j2\pi 10^{-2} \ln \frac{D_{sr}}{r_o} [\Omega / km] \\ \underline{Z}'_0 &= \frac{1000}{\gamma S} + 0,15 + j2\pi 10^{-2} \ln \frac{D_n^3}{D_{sr}^2 r_o} [\Omega / km] \end{aligned} \quad (1.28)$$

gdzie:

- $\gamma$  - przewodność materiału z jakiego wykonane są przewody,  $\gamma = 34 \text{ S}\cdot\text{m}/\text{mm}^2$  dla aluminium,
- $S$  - przekrój przewodu,  $\text{mm}^2$ ,
- $D_{sr}$  - odstęp przewodów, m, ( do obliczeń bierze się średnią geometryczną odstępów rzeczywistych ),
- $r_o$  - zastępczy promień przewodu, m,
- $D_n$  - odległość przewodu umownego, zastępującego drogę prądu w ziemi:

$$D_n \approx 660 \sqrt{\rho_n f} = 93 \sqrt{\rho_n} \text{ m}$$

- $\rho_n$  - rezystywność ziemi, zależna od wilgotności i rodzaju gruntu:

$$\rho_n = 100 - 1000 \Omega\text{m}$$

Zatem impedancje całkowite linii oblicza się z prostych wzorów:

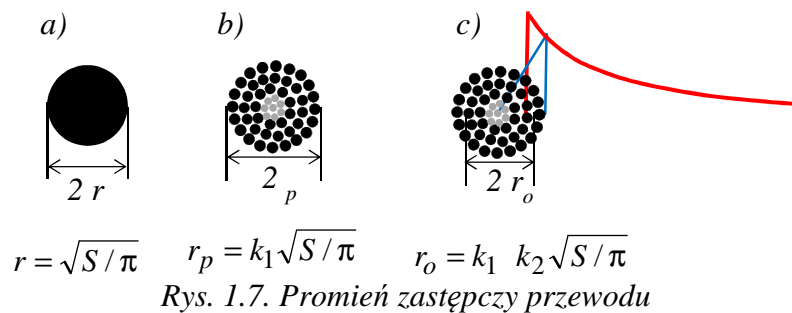
$$\begin{aligned} \underline{Z}_1 &= \underline{Z}'_1 l \\ \underline{Z}_0 &= \underline{Z}'_0 l \end{aligned} \quad (1.29)$$

gdzie  $l$  jest długością całkowitą linii wyrażoną w kilometrach.

Przykład obliczeń 1.1:

Linia elektroenergetyczna 220kV wykonana przewodami AFL-525mm<sup>2</sup> jest zawieszona na słupach typu Y52 o średniej wysokości 28m i płaskim układzie przewodów fazowych w odległości 10,5m między kolejnymi fazami. Jednostkowe impedancje własne i wzajemne oblicza się stosując wzory (1.16), (1.17), przy czym należy najpierw obliczyć :

- zastępczy promień przewodu, który wynika z tego, że przewody wykonane są z linek, a przekrój przewodu S dotyczy części aluminiowej (walca o przekroju S) a współczynnik  $k_2$  wynika z rozkładu natężenia pola elektromagnetycznego w przewodzie i na zewnątrz przewodu (Rys. 1.7).



dla linek AFL8 można przyjąć  $k_1 = 1,2$ , a  $k_2 = 0,8$ , zatem:

$$r_o = k_1 k_2 \sqrt{S/\pi} = 1,2 \cdot 0,8 \cdot \sqrt{525/\pi} = 12,410\text{mm}.$$

- średni odstęp między przewodami jest:

$$D = \sqrt[3]{D_{ab} D_{ac} D_{bc}} = \sqrt[3]{10,5 \cdot 10,5 \cdot 21} = 13,229\text{m}$$

- odległość umownego przewodu zastępującego ziemię:

$$D_n = 93\sqrt{\rho} = 93\sqrt{100} = 930\text{m}$$

przy czym założono rezystywność gruntu  $\rho = 100 \Omega\text{m}$ .

- rezystancje jednostkowe- wzory (1.14), (1.15):

$$R'_{ab} = 10^{-3} f = 0,05\Omega / \text{km}$$

$$R'_{aa} = \frac{1000}{\gamma S} + 10^{-3} f = \frac{1000}{35 \cdot 525} + 0,05 = 0,10442\Omega / \text{km},$$

- indukcyjność własną i wzajemną – wzory (1.12), (1.13):

$$\underline{L}'_{aa} = j2\pi f \frac{\mu_o l}{2\pi} \ln \frac{D_n}{r_o} = j2\pi 50 \frac{4\pi 10^{-7} 1000}{2\pi} \ln \frac{930}{12,410 \cdot 10^{-3}} = j0,70525\Omega / \text{km}$$

$$\underline{L}'_{ab} = j2\pi f \frac{\mu_o l}{2\pi} \ln \frac{D_n}{D} = j2\pi 50 \frac{4\pi 10^{-7} 1000}{2\pi} \ln \frac{930}{13,229} = j0,26721\Omega / \text{km}$$

Zatem wartości współczynników  $\underline{Z}'$ ,  $\underline{M}'$  są:

$$\underline{Z}' = (0,104 + j0,705)\Omega / \text{km}$$

$$\underline{M}' = (0,050 + j0,267)\Omega / \text{km}$$

- obliczenie impedancji własnych i wzajemnych według prostszych wzorów (1.16), (1.17) daje:

$$\begin{aligned}\underline{Z}' &= \frac{1000}{\gamma S} + 0,05 + j2\pi 10^{-2} \ln \frac{D_n}{r_o} = \\ &= \frac{1000}{35 \cdot 525} + 0,05 + j2\pi 10^{-2} \ln \frac{930}{12,410 \cdot 10^{-3}} = \\ &= (0,10442 + j0,70525) \Omega / km\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\underline{M}' &= 0,05 + j\pi 10^{-2} \ln \frac{D_n}{D_{sr}} = \\ &= 0,05 + j2\pi \ln \frac{930}{13,229} = (0,05000 + j0,26721) \Omega / km\end{aligned}$$

Impedancje dla składowej zgodnej i zerowej są:

$$\begin{aligned}\underline{Z}'_1 = \underline{Z}'_2 = \underline{Z}' - \underline{M}' &= (0,10442 + j0,70525) - (0,05000 + j0,26721) = \\ &= (0,0544 + j0,4380) \Omega / km\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\underline{Z}'_0 = \underline{Z}' + 2\underline{M}' &= (0,10442 + j0,70525) + 2 \cdot (0,05000 + j0,26721) = \\ &= (0,2044 + j1,2397) \Omega / km\end{aligned}$$

Parametry jednostkowe linii w składowych symetrycznych można obliczyć bezpośrednio stosując wzory wyznacza się w oparciu o wzory (1.28), a zatem:

$$\begin{aligned}\underline{Z}'_1 = \underline{Z}'_2 &= \frac{1000}{\gamma S} + j2\pi^{-2} \ln \frac{D_{sr}}{r_o} = \\ &= \frac{1000}{35 \cdot 525} + j2\pi \cdot 10^{-2} \cdot \ln \frac{13,2}{12,7 \cdot 10^{-3}} = \\ &= (0,0544 + j0,4380) \Omega / km\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\underline{Z}'_0 &= \frac{1000}{\gamma S} + 0,15 + j2\pi 10^{-2} \ln \frac{D_n^3}{D_{sr}^2 r_o} = \\ &= \frac{1000}{35 \cdot 525} + 0,15 + j2\pi 10^{-2} \ln \frac{930^3}{13,229^2 \cdot 12,410 \cdot 10^{-3}} = \\ &= (0,204 + j1,2397) \Omega / km\end{aligned}$$

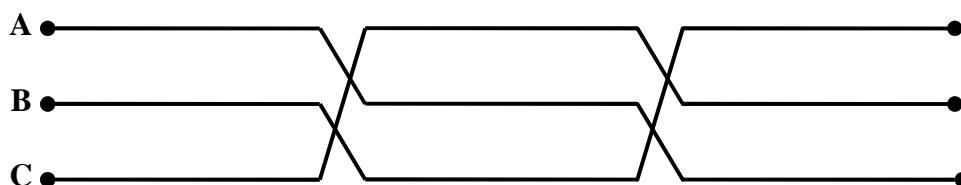
Podsumowując te obliczenia otrzymuje się:

$$\underline{Z}'_1 = \underline{Z}'_2 = (0,054 + j0,438) \Omega / km$$

$$\underline{Z}'_0 = (0,204 + j1,240) \Omega / km$$

## 1.2. Symetryzacja parametrów linii

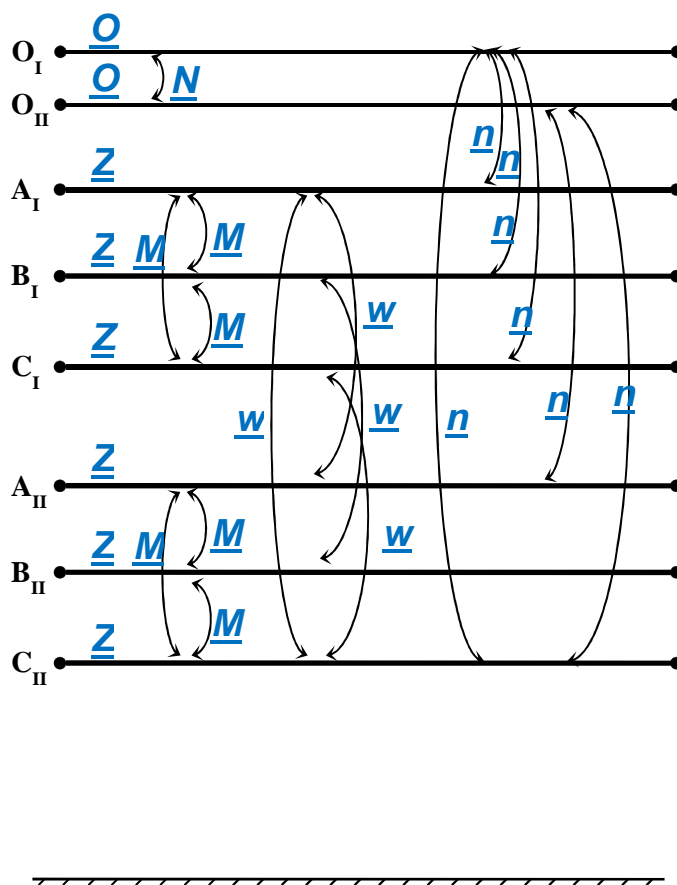
Odległości pomiędzy przewodami linii wielotorowej nie są jednakowe, zatem indukcyjności poszczególnych przewodów fazowych nie są sobie równe. W praktyce stosuje się przeplatanie przewodów w celu likwidacji asymetrii indukcyjności w poszczególnych fazach. Każdy z przewodów fazowych biegnie przez 1/3 długości linii na każdym z trzech możliwych położań (Rys. 1.8).



Rys. 1.8. Przeplatanie przewodów

### 1.3. Model linii dwutorowej z przewodami wiązkowymi i przewodami odgromowymi

W dotychczasowych rozważaniach brano pod uwagę pojedynczą linię trójfazową bez przewodów odgromowych. W praktyce tego typu linie to są linie średniego napięcia. Linie wysokiego napięcia 110 kV i więcej mają oprócz przewodów fazowych również przewody odgromowe. Sytuacja jest więc bardziej złożona, zwłaszcza że linie mogą być wielotorowe, przewody fazowe stanowi wiązka dwóch czy więcej linek (przewody wiązkowe). Idea tworzenia modelu takiej linii jest podobna jak dla linii jednotorowej bez przewodów odgromowych. Z danych konstrukcyjnych wyznacza się impedancje własne i wzajemne pojedynczych obwodów ziemnowrotnych, którymi są zarówno przewody fazowe jak i przewody odgromowe (Rys. 1.9). Na podstawie parametrów konstrukcyjnych (przekroju przewodów, wysokości zawieszenia i odstępu między przewodami), stosując wzory (1.16), (1.17) wyznacza się impedancje własne  $\underline{Z}$ ,  $\underline{Q}$  i sprzężenia wzajemne  $\underline{M}$ ,  $\underline{W}$ ,  $\underline{n}$ ,  $\underline{N}$ . Na podstawie tych wartości można zbudować model matematyczny takiej linii i schematy zastępcze dla składowej zgodnej, przeciwnej i zerowej.



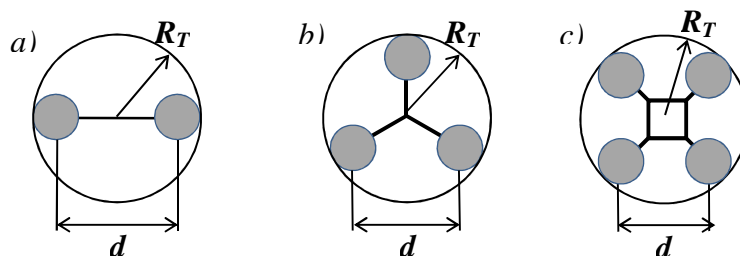
Rys. 1.9. Model linii dwutorowej z dwoma przewodami odgromowymi

### 1.3.1. Algorytm tworzenia modelu linii z przewodami wiązkowymi i przewodami odgromowymi:

1. Dokonuje się agregacji przewodów wiązkowych w jeden sztuczny pojedynczy przewód fazowy.
2. Bierze się pod uwagę obwody przewód-ziemia przy założeniu symetrii odległości pomiędzy przewodami fazowymi poszczególnych torów, odległości pomiędzy przewodami fazowymi toru pierwszego i drugiego oraz symetrii odległości pomiędzy przewodami odgromowymi a przewodami fazowymi obu torów.
3. Tworzy się macierz impedancyjną linii zwartej, ale o tylu węzłach ile jest niezależnych obwodów przewód-ziemia. W przypadku linii dwutorowej z dwoma przewodami odgromowymi macierz taka ma wymiar (8 x 8).
4. Dokonuje się przekształcenia liniowego zwanego eliminacją węzłów w tym przypadku węzłów odgromowych
5. Stosuje się przekształcenie (0,1,2) napięć i prądów oraz macierzy impedancyjnej po eliminacji węzłów odgromowych.
6. Rozdziela się zależności  $\underline{A}\underline{U}_s = \underline{Z}_s \underline{I}_s$  według indeksów 0,1,2, uzyskując trzy niezależne macierze  $\underline{Z}_0, \underline{Z}_1 = \underline{Z}_2$ .
7. Odwraca się macierze  $\underline{Z}_0, \underline{Z}_1$  i uzyskuje się macierze:  $\underline{Y}_0, \underline{Y}_1$ .
8. Tworzy się macierze admitancyjne linii otwartej (niezwartej) uzyskując zależność między prądami fazowymi oraz napięciami fazowymi linii.
9. Na podstawie macierzy admitancyjnej linii otwartej można stworzyć schematy zastępcze linii dla składowej zgodnej i przeciwnej (takie same) oraz dla składowej zerowej.

### 1.3.1.1. Uwzględnienie przewodów wiązkowych

Przewody wiązkowe są najczęściej w postaci wiązki dwu, trój czy czteroprzewodowej jak na (Rys. 1.10).



Rys. 1.10. Budowa przewodów wiązkowych

Obliczenie parametrów linii z przewodami wiązkowymi najprościej polega na korekcy promienia zastępczego pojedynczego przewodu  $r_{o,poj.}$ .

$$r_{o,poj.} = k_1 k_2 \sqrt{S/\pi}$$

Promień ten można korygować na dwa sposoby. Pierwszy wzór bazuje na średniej odległości pomiędzy pojedynczymi przewodami,

$$r_o = \sqrt[n]{r_{o,poj.} d_{sr}^{n-1}} \quad (1.30)$$

gdzie:

- $n$  - liczba przewodów w wiązce,
- $r_{o,poj.}$  - promień zastępczy przewodu obliczony dla linii z pojedynczym przewodem,
- $d_{sr}$  - średnia odległość przewodów w wiązce.

drugi zaś na promieniu okręgu opisanego na wiązce przewodów

$$r_o = \sqrt[n]{n r_{o,poj.} R_T^{n-1}} \quad (1.31)$$

gdzie:

- $R_T$  - promień okręgu opisanego na wiązce.

### 1.3.1.2. Obliczanie impedancji własnych i wzajemnych

W przypadku linii dwutorowej z przewodami odgromowymi oblicza się:

- średnią odległość między przewodami fazowymi pojedynczego toru:

$$D_{sr} = \sqrt[3]{D_{AB} D_{AC} D_{BC}} \quad (1.32)$$

- średnią odległość wzajemna między przewodami fazowymi poszczególnych torów:

$$D_M = \sqrt[9]{D_{AIAII} D_{AIBII} D_{AICII} D_{BIAII} D_{BIBII} D_{BICII} D_{CIAII} D_{CIBII} D_{CICII}} \quad (1.33)$$

- średnią odległość między przewodami odgromowymi a fazowymi:

$$D_{odgr.} = \sqrt[6]{D_{OIAI} D_{OIBI} D_{OICI} D_{OIIAI} D_{OIIBI} D_{OII CI}} \quad (1.34)$$

Impedancje jednostkowe (na 1 km) własne  $\underline{Z}'$ ,  $\underline{Q}'$  oraz wzajemne  $\underline{M}'$ ,  $\underline{W}'$ ,  $\underline{N}'$ ,  $\underline{n}'$  przewodów fazowych i odgromowych oblicza się na podstawie znanych wzorów (1.16), (1.17):

$$\underline{Z}' = \frac{1000}{\gamma S} + 0,05 + j2\pi \cdot 10^{-2} \ln \frac{D_n}{r_o} [\Omega / km]$$

$$\underline{M}' = 0,05 + j2\pi \cdot 10^{-2} \ln \frac{D_n}{D_{sr}} [\Omega / km]$$

We wzorach tych należy podstawić odpowiednie odległości średnie między przewodami i właściwe przekroje przewodów. Te impedancje jednostkowe służą do zbudowania macierzy impedancyjnej linii zwartej.



### 1.3.2. Macierz impedancyjna linii zwartej

Modelem matematycznym we współrzędnych fazowych linii dwutorowej z dwoma przewodami fazowymi jest macierz typu  $\underline{Z}$  jak w relacji (1.35):

$$\underline{Z} = \begin{bmatrix} \underline{Z} & \underline{M} & \underline{M} & \underline{W} & \underline{W} & \underline{W} & \underline{n} & \underline{n} \\ \underline{M} & \underline{Z} & \underline{M} & \underline{W} & \underline{W} & \underline{W} & \underline{n} & \underline{n} \\ \underline{M} & \underline{M} & \underline{Z} & \underline{W} & \underline{W} & \underline{W} & \underline{n} & \underline{n} \\ \underline{W} & \underline{W} & \underline{W} & \underline{Z} & \underline{M} & \underline{M} & \underline{n} & \underline{n} \\ \underline{W} & \underline{W} & \underline{W} & \underline{M} & \underline{Z} & \underline{M} & \underline{n} & \underline{n} \\ \underline{W} & \underline{W} & \underline{W} & \underline{M} & \underline{M} & \underline{Z} & \underline{n} & \underline{n} \\ \underline{n} & \underline{n} & \underline{n} & \underline{n} & \underline{n} & \underline{n} & \underline{O} & \underline{N} \\ \underline{n} & \underline{n} & \underline{n} & \underline{n} & \underline{n} & \underline{n} & \underline{N} & \underline{O} \end{bmatrix} \quad (1.35)$$

gdzie:

- $\underline{Z}$  - impedancja własna przewodu fazowego obliczona na podstawie wzoru (1.16),
- $\underline{M}$  - impedancja wzajemna przewodów fazowych tego samego toru obliczona na podstawie wzoru (1.17),
- $\underline{W}$  - impedancja wzajemna przewodów fazowych pomiędzy sąsiednimi torami linii obliczona na podstawie wzoru (1.17),
- $\underline{O}$  - impedancja własna przewodu odgromowego obliczona na podstawie wzoru (1.16),
- $\underline{N}$  - impedancja wzajemna pomiędzy przewodami odgromowymi obliczona na podstawie wzoru (1.17),
- $\underline{n}$  - impedancja wzajemna przewodów odgromowych pomiędzy przewodami fazowymi na podstawie wzoru (1.17),

### 1.3.3. Eliminacja węzłów przewodów odgromowych

Relację (1.35) można zapisać w formie macierzowej:

$$\underline{\Delta U} = \underline{Z} \underline{I}$$

Wyróżniając w tej relacji węzły odpowiadające krańcom linek odgromowych otrzyma się:

$$\begin{bmatrix} \underline{\Delta U}_f \\ \underline{\Delta u}_o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{Z}_f & \underline{z}^T \\ \underline{z} & \underline{z}_o \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{I}_f \\ \underline{i}_o \end{bmatrix} \quad (1.36)$$

Jest to równanie macierzowe stopnia (8 x 8) - 6 przewodów fazowych i 2 przewody odgromowe. Jeżeli teraz założyć, że przewody odgromowe są uziemione na obu krańcach, a więc  $\underline{\Delta u}_o = \underline{0}$ , to otrzyma się:

$$\begin{aligned} \underline{\Delta U}_f &= \underline{Z}_f \cdot \underline{I}_f + \underline{z}^T \cdot \underline{i}_o \\ \underline{0} &= \underline{z} \cdot \underline{I}_f + \underline{z}_o \cdot \underline{i}_o \end{aligned} \quad (1.37)$$

a dalej obliczając z drugiego równania:

$$\underline{i}_o = -\underline{z}_o^{-1} \cdot \underline{z} \cdot \underline{I}_f$$

i podstawiając do pierwszego jest:

$$\underline{\Delta U}_f = \underline{Z}_f \cdot \underline{I}_f - \underline{z}^T \cdot \underline{z}_o^{-1} \cdot \underline{z} \cdot \underline{I}_f$$

co daje:

$$\underline{\Delta U}_f = (\underline{Z}_f - \underline{z}^T \cdot \underline{z}_o^{-1} \cdot \underline{z}) \cdot \underline{I}_f \quad \Rightarrow \quad \underline{\Delta U} = \underline{Z} \cdot \underline{I}_f \quad (1.38)$$

gdzie:  $\underline{Z} = \underline{Z}_f - \underline{z}^T \cdot \underline{z}_o^{-1} \cdot \underline{z}$  jest macierzą o wymiarach (6x6), składającą się z czterech symetrycznych podmacierzy, każda o wymiarze (3 x 3). Jak widać z relacji (1.38), macierz impedancji  $\underline{Z}_f$  należy skorygować o  $\underline{z}^T \cdot \underline{z}_o^{-1} \cdot \underline{z}$ .

Macierz  $\underline{z}_o^{-1}$  jest:

$$\underline{z}_o = \begin{bmatrix} \underline{O} & \underline{N} \\ \underline{N} & \underline{O} \end{bmatrix} \quad \text{to} \quad \underline{z}_o^{-1} = \frac{1}{\underline{O}^2 - \underline{N}^2} \begin{bmatrix} \underline{O} & -\underline{N} \\ -\underline{N} & \underline{O} \end{bmatrix}$$

Obliczając iloczyn  $\underline{z}^T \cdot \underline{z}_o^{-1} \cdot \underline{z}$  otrzymamy macierz korygującą:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \underline{n} & \underline{n} \\ \underline{n} & \underline{n} \\ \underline{n} & \underline{n} \\ \underline{n} & \underline{n} \\ \underline{n} & \underline{n} \\ \underline{n} & \underline{n} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{O} & \underline{N} \\ \underline{N} & \underline{O} \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \underline{n} & \underline{n} & \underline{n} & \underline{n} & \underline{n} & \underline{n} \\ \underline{n} & \underline{n} & \underline{n} & \underline{n} & \underline{n} & \underline{n} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \underline{n} & \underline{n} \\ \underline{n} & \underline{n} \\ \underline{n} & \underline{n} \\ \underline{n} & \underline{n} \\ \underline{n} & \underline{n} \\ \underline{n} & \underline{n} \end{bmatrix} \cdot \frac{1}{\underline{O}^2 - \underline{N}^2} \cdot \begin{bmatrix} \underline{O} & -\underline{N} \\ -\underline{N} & \underline{O} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{n} & \underline{n} & \underline{n} & \underline{n} & \underline{n} & \underline{n} \\ \underline{n} & \underline{n} & \underline{n} & \underline{n} & \underline{n} & \underline{n} \end{bmatrix} = \\ &= \frac{1}{\underline{O}^2 - \underline{N}^2} \cdot \begin{bmatrix} \underline{n} & \underline{n} \\ \underline{n} & \underline{n} \\ \underline{n} & \underline{n} \\ \underline{n} & \underline{n} \\ \underline{n} & \underline{n} \\ \underline{n} & \underline{n} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{O} \underline{n} - \underline{N} \underline{n} & \underline{O} \underline{n} - \underline{N} \underline{n} & \dots & \dots & \underline{O} \underline{n} - \underline{N} \underline{n} \\ -\underline{N} \underline{n} + \underline{O} \underline{n} & -\underline{N} \underline{n} + \underline{O} \underline{n} & \dots & \dots & -\underline{N} \underline{n} + \underline{O} \underline{n} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Jak widać wszystkie elementy macierzy korygującej będą miały jednakowe o wartości:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\underline{O}^2 - \underline{N}^2} \{n (\underline{O} \underline{n} - \underline{N} \underline{n}) + n (-\underline{N} \underline{n} + \underline{O} \underline{n})\} &= \frac{1}{\underline{O}^2 - \underline{N}^2} \cdot (\underline{O} \cdot \underline{n}^2 - \underline{N} \cdot \underline{n}^2 + \underline{O} \cdot \underline{n}^2 - \underline{N} \cdot \underline{n}^2) = \\ \frac{2\underline{O} \cdot \underline{n}^2 - 2\underline{N} \cdot \underline{n}^2}{\underline{O}^2 - \underline{N}^2} &= \frac{2\underline{n}^2 \cdot (\underline{O} - \underline{N})}{(\underline{O} - \underline{N}) \cdot (\underline{O} + \underline{N})} = \frac{2\underline{n}^2}{\underline{O} + \underline{N}} \end{aligned}$$

Zatem od elementów  $\underline{Z}$ ,  $\underline{M}$  macierzy (1.35) należy odjąć:  $\frac{2\underline{n}^2}{\underline{O} + \underline{N}}$

Podsumowując otrzymaliśmy macierz impedancyjną zawierającą tylko węzły przewodów fazowych o postaci:

$$\underline{Z} = \begin{bmatrix} \underline{Z} - \underline{\Delta W} & \underline{M} - \underline{\Delta W} & \underline{M} - \underline{\Delta W} & \underline{W} - \underline{\Delta W} & \underline{W} - \underline{\Delta W} & \underline{W} - \underline{\Delta W} \\ \underline{M} - \underline{\Delta W} & \underline{Z} - \underline{\Delta W} & \underline{M} - \underline{\Delta W} & \underline{W} - \underline{\Delta W} & \underline{W} - \underline{\Delta W} & \underline{W} - \underline{\Delta W} \\ \underline{M} - \underline{\Delta W} & \underline{M} - \underline{\Delta W} & \underline{Z} - \underline{\Delta W} & \underline{W} - \underline{\Delta W} & \underline{W} - \underline{\Delta W} & \underline{W} - \underline{\Delta W} \\ \underline{W} - \underline{\Delta W} & \underline{W} - \underline{\Delta W} & \underline{W} - \underline{\Delta W} & \underline{Z} - \underline{\Delta W} & \underline{M} - \underline{\Delta W} & \underline{M} - \underline{\Delta W} \\ \underline{W} - \underline{\Delta W} & \underline{W} - \underline{\Delta W} & \underline{W} - \underline{\Delta W} & \underline{M} - \underline{\Delta W} & \underline{Z} - \underline{\Delta W} & \underline{M} - \underline{\Delta W} \\ \underline{W} - \underline{\Delta W} & \underline{W} - \underline{\Delta W} & \underline{W} - \underline{\Delta W} & \underline{M} - \underline{\Delta W} & \underline{M} - \underline{\Delta W} & \underline{Z} - \underline{\Delta W} \end{bmatrix}$$

gdzie:

$$\underline{\Delta W} = \frac{2\underline{n}^2}{\underline{O} + \underline{N}}$$

W powyższych przekształceniach wykorzystano właściwości elementów podmacierzy eliminowanych węzłów – elementy podmacierz  $\underline{z}^T$  oraz  $\underline{z}$  są takie a macierz  $\underline{z}_0$  jest macierzą symetryczną.

Bardziej ogólna jest metoda eliminacji węzłów związanych z przewodami odgromowymi bazująca na metodzie eliminacji Gaussa stosowanej podczas rozwiązywania liniowych układów równań.

Eliminację węzłów można przeprowadzać stopniowo, dla każdego węzła oddzielnie. W pierwszym kroku eliminujemy ostatni węzeł – w tym przypadku ósmy:

$$\underline{\underline{Z}}^{(1)} = \begin{bmatrix} \underline{Z}^{(1)} & \underline{M}^{(1)} & \underline{M}^{(1)} & \underline{W}^{(1)} & \underline{W}^{(1)} & \underline{W}^{(1)} & \underline{n}^{(1)} & \underline{n} \\ \underline{M}^{(1)} & \underline{Z}^{(1)} & \underline{M}^{(1)} & \underline{W}^{(1)} & \underline{W}^{(1)} & \underline{W}^{(1)} & \underline{n}^{(1)} & \underline{n} \\ \underline{M}^{(1)} & \underline{M}^{(1)} & \underline{Z}^{(1)} & \underline{W}^{(1)} & \underline{W}^{(1)} & \underline{W}^{(1)} & \underline{n}^{(1)} & \underline{n} \\ \underline{W}^{(1)} & \underline{W}^{(1)} & \underline{W}^{(1)} & \underline{Z}^{(1)} & \underline{M}^{(1)} & \underline{M}^{(1)} & \underline{n}^{(1)} & \underline{n} \\ \underline{W}^{(1)} & \underline{W}^{(1)} & \underline{W}^{(1)} & \underline{M}^{(1)} & \underline{Z}^{(1)} & \underline{M}^{(1)} & \underline{n}^{(1)} & \underline{n} \\ \underline{W}^{(1)} & \underline{W}^{(1)} & \underline{W}^{(1)} & \underline{M}^{(1)} & \underline{M}^{(1)} & \underline{Z}^{(1)} & \underline{n}^{(1)} & \underline{n} \\ \underline{n}^{(1)} & \underline{n}^{(1)} & \underline{n}^{(1)} & \underline{n}^{(1)} & \underline{n}^{(1)} & \underline{n}^{(1)} & \underline{O}^{(1)} & \underline{N} \\ \underline{n} & \underline{n} & \underline{n} & \underline{n} & \underline{n} & \underline{n} & \underline{N} & \underline{O} \end{bmatrix}$$

Eliminując ostatni węzeł (ósmym) należy wszystkie elementy macierzy głównej (wyróżnionej kolorem różowym) skorygować według zależności:

$$\underline{Z}_{i,j}^{(1)} = \underline{Z}_{i,j} - \frac{\underline{Z}_{i,8} - \underline{Z}_{8,j}}{\underline{Z}_{8,8}}$$

gdzie  $i, j$  należy kolejno pojedynczo zmieniać od 1 do 7, otrzymując nową macierz  $\underline{Z}^{(1)}$ . Należy jeszcze raz powtórzyć eliminację bazując na węźle siódmym.

Zatem postać tej macierzy jest następująca:

$$\underline{\underline{Z}}^{(2)} = \begin{bmatrix} \underline{Z}^{(2)} & \underline{M}^{(2)} & \underline{M}^{(2)} & \underline{W}^{(2)} & \underline{W}^{(2)} & \underline{W}^{(2)} \\ \underline{M}^{(2)} & \underline{Z}^{(2)} & \underline{M}^{(2)} & \underline{W}^{(2)} & \underline{W}^{(2)} & \underline{W}^{(2)} \\ \underline{M}^{(2)} & \underline{M}^{(2)} & \underline{Z}^{(2)} & \underline{W}^{(2)} & \underline{W}^{(2)} & \underline{W}^{(2)} \\ \underline{W}^{(2)} & \underline{W}^{(2)} & \underline{W}^{(2)} & \underline{Z}^{(2)} & \underline{M}^{(2)} & \underline{M}^{(2)} \\ \underline{W}^{(2)} & \underline{W}^{(2)} & \underline{W}^{(2)} & \underline{M}^{(2)} & \underline{Z}^{(2)} & \underline{M}^{(2)} \\ \underline{W}^{(2)} & \underline{W}^{(2)} & \underline{W}^{(2)} & \underline{M}^{(2)} & \underline{M}^{(2)} & \underline{Z}^{(2)} \end{bmatrix} \quad (1.39)$$

w skrócie:  $\underline{\underline{Z}} = \begin{bmatrix} \underline{Z}_I & \underline{W} \\ \underline{W} & \underline{Z}_{II} \end{bmatrix}$

W dalszym rozważaniach dla przejrzystości przyjęto oznaczenia  $\underline{Z}$ ,  $\underline{M}$ ,  $\underline{W}$ , w macierzy  $\underline{Z}$  takie jak w macierzy wyjściowej, ale należy pamiętać, że ich wartości są różne – skorygowane w procesie eliminacji węzłów przewodów odgromowych.

### 1.3.4. Zastosowanie metody składowych symetrycznych

Należy teraz zastosować metodę składowych symetrycznych, polega to na wymnożeniu obustronnym macierzy  $\underline{Z}$  przez macierz przekształcenia  $\underline{S}$  o postaci:

$$\underline{Z}_s = \frac{1}{3} \cdot \begin{bmatrix} \underline{S} & \underline{0} \\ \underline{0} & \underline{S} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{Z}_I & \underline{W} \\ \underline{W} & \underline{Z}_{II} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{S}^{-1} & \underline{0} \\ \underline{0} & \underline{S}^{-1} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \cdot \begin{bmatrix} \underline{S} \cdot \underline{Z}_I \cdot \underline{S}^{-1} & \underline{S} \cdot \underline{W} \cdot \underline{S}^{-1} \\ \underline{S} \cdot \underline{W} \cdot \underline{S}^{-1} & \underline{S} \cdot \underline{Z}_{II} \cdot \underline{S}^{-1} \end{bmatrix}$$

iloczyn  $\underline{S} \cdot \underline{Z} \cdot \underline{S}^{-1}$  (1.21) daje w wyniku

$$\underline{S} \cdot \underline{Z} \cdot \underline{S}^{-1} = \begin{bmatrix} \underline{Z} + 2\underline{M} & 0 & 0 \\ 0 & \underline{Z} - \underline{M} & 0 \\ 0 & 0 & \underline{Z} - \underline{M} \end{bmatrix}$$

zaś iloczyn typu  $\underline{S} \cdot \underline{W} \cdot \underline{S}^{-1}$  jest:

$$\begin{aligned} \underline{S} \cdot \underline{W} \cdot \underline{S}^{-1} &= \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{W} & \underline{W} & \underline{W} \\ \underline{W} & \underline{W} & \underline{W} \\ \underline{W} & \underline{W} & \underline{W} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} = \\ &= \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 3\underline{W} & 0 & 0 \\ 3\underline{W} & 0 & 0 \\ 3\underline{W} & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3\underline{W} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

zatem macierz  $\underline{Z}_s$  jest:

$$\underline{Z}_s = \begin{array}{c} \text{I} \\ \text{II} \end{array} \begin{array}{c} \text{0} \quad \text{1} \quad \text{2} \\ \text{0} \quad \text{1} \quad \text{2} \end{array} \begin{bmatrix} \underline{Z} + 2\underline{M} & 0 & 0 & 3\underline{W} & 0 & 0 \\ 0 & \underline{Z} - \underline{M} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \underline{Z} - \underline{M} & 0 & 0 & 0 \\ 3\underline{W} & 0 & 0 & \underline{Z} + 2\underline{M} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \underline{Z} - \underline{M} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \underline{Z} - \underline{M} \end{bmatrix} \quad (1.40)$$

co można przedstawić w postaci trzech oddzielnych równań macierzowych:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \underline{\Delta U}_{0,I} \\ \underline{\Delta U}_{0,II} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \underline{Z} + 2\underline{M} & 3\underline{W} \\ 3\underline{W} & \underline{Z} + 2\underline{M} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{I}_{0,I} \\ \underline{I}_{0,II} \end{bmatrix} = \underline{Z}_0 \cdot \underline{I}_0 \\ \begin{bmatrix} \underline{\Delta U}_{1,I} \\ \underline{\Delta U}_{1,II} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \underline{Z} - \underline{M} & 0 \\ 0 & \underline{Z} - \underline{M} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{I}_{1,I} \\ \underline{I}_{1,II} \end{bmatrix} = \underline{Z}_1 \cdot \underline{I}_1 \\ \begin{bmatrix} \underline{\Delta U}_{2,I} \\ \underline{\Delta U}_{2,II} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \underline{Z} - \underline{M} & 0 \\ 0 & \underline{Z} - \underline{M} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{I}_{2,I} \\ \underline{I}_{2,II} \end{bmatrix} = \underline{Z}_2 \cdot \underline{I}_2 \end{aligned} \quad (1.41)$$

### 1.3.5. Inwersje macierzy $\underline{Z}_1$ i $\underline{Z}_0$

Biorąc pod uwagę macierze impedancyjne linii zwartej jak w relacji (1.41):

$$\underline{Z}_1 = \begin{bmatrix} \underline{Z} - \underline{M} & 0 \\ 0 & \underline{Z} - \underline{M} \end{bmatrix} \quad (1.42)$$

to macierz admitancyjna  $\underline{Y}_1 = \underline{Z}_1^{-1}$  będzie:

$$\underline{Y}_1 = \begin{bmatrix} \underline{y}_1 & 0 \\ 0 & \underline{y}_1 \end{bmatrix} \quad \text{gdzie } \underline{y}_1 = \frac{1}{\underline{Z} - \underline{M}} \quad (1.43)$$

Podobnie dla składowej zerowej:

$$\underline{Z}_0 = \begin{bmatrix} \underline{Z} + 2\underline{M} & 3\underline{W} \\ 3\underline{W} & \underline{Z} + 2\underline{M} \end{bmatrix} \quad (1.44)$$

to macierz admitancyjna  $\underline{Y}_0 = \underline{Z}_0^{-1}$  będzie:

$$\underline{Y}_0 = \begin{bmatrix} \underline{y}_0 & \underline{y}_w \\ \underline{y}_w & \underline{y}_0 \end{bmatrix} \quad \text{gdzie } \underline{y}_0 = \frac{\underline{Z} + 2\underline{M}}{(\underline{Z} + 2\underline{M})^2 - 9\underline{W}^2} \quad \text{oraz} \quad (1.45)$$

$$\underline{y}_w = \frac{-3\underline{W}}{(\underline{Z} + 2\underline{M})^2 - 9\underline{W}^2}$$

Wykorzystać należy algorytm obliczania macierzy odwrotnej typu:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a & b \\ b & a \end{bmatrix} \quad \text{to} \quad \mathbf{A}^{-1} = \frac{1}{a^2 - b^2} \begin{bmatrix} a & -b \\ -b & a \end{bmatrix}$$

Należy pamiętać o uwzględnieniu przewodów odgromowych, a więc o tym, że impedancje  $\underline{Z}$ ,  $\underline{M}$ ,  $\underline{W}$ , obliczone na podstawie konstrukcji słupa i przewodów powinny zostać skorygowane o

$$-\frac{2n^2}{\underline{O} + \underline{N}}$$

wynikające z impedancji własnych i wzajemnych przewodów odgromowych.

Przyjmując oznaczenia:

$$\underline{Z}_1 = \underline{Z} - \underline{M} \quad \underline{Z}_0 = \underline{Z} + 2\underline{M} \quad \underline{Z}_m = 3\underline{W}$$

Przechodząc na impedancję otrzymujemy

$$\underline{Z}_1 = \frac{1}{\underline{y}_1} = \underline{Z} - \underline{M}$$

$$\underline{Z}_0 = \frac{1}{\underline{y}_0} = \frac{(\underline{Z} + 2\underline{M})^2 - 9\underline{W}^2}{\underline{Z} + 2\underline{M}} = \frac{\underline{Z}_0^2 - \underline{Z}_m^2}{\underline{Z}_0} = \underline{Z}_0 - \frac{\underline{Z}_m^2}{\underline{Z}_0}$$

$$\underline{Z}_w = \frac{1}{\underline{y}_w} = \frac{(\underline{Z} + 2\underline{M})^2 - 9\underline{W}^2}{3\underline{W}} = \frac{\underline{Z}_0^2 - \underline{Z}_m^2}{\underline{Z}_m} = \underline{Z}_m - \frac{\underline{Z}_0^2}{\underline{Z}_m}$$

### 1.3.6. Modele admitancyjne linii otwartej (niezwartej) jednotorowej

Weźmy pod uwagę model linii zwartej jest opisany równaniem dla składowej zerowej i takimi samymi równaniami dla składowej zgodnej i przeciwnej:

$$\underline{\Delta U}_0 = \underline{Z}_0 \underline{I}_0$$

$$\underline{\Delta U}_1 = \underline{Z}_1 \underline{I}_1$$

dla linii niezwartej dla składowej zgodnej i przeciwnej jest:

$$\underline{\Delta U}_1 = \underline{U}_1^p - \underline{U}_1^k$$

$$\underline{I}_1^k = -\underline{I}_1^p$$

gdzie przez 'p' oznaczono początek linii, a przez symbol 'k' koniec linii. Zatem otrzymujemy:

$$\underline{Z}_1 \underline{I}_1^p = \underline{U}_1^p - \underline{U}_1^k$$

$$\underline{I}_1^k = -\underline{I}_1^p$$

Po wymnożeniu lewostronnie przez  $\underline{Z}_1^{-1}$  (odwrotność macierzy  $\underline{Z}$ ) oraz przyjmując oznaczenie  $\underline{Y}_1 = \underline{Z}_1^{-1}$  (macierz admitancyjna) otrzymujemy:

$$\underline{I}_1^p = \underline{Y}_1 \underline{U}_1^p - \underline{Y}_1 \underline{U}_1^k$$

$$\underline{I}_1^k = -\underline{Y}_1 \underline{U}_1^p + \underline{Y}_1 \underline{U}_1^k$$

co można przedstawić w postaci:

$$\begin{bmatrix} \underline{I}_1^p \\ \underline{I}_1^k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{Y}_1 & -\underline{Y}_1 \\ -\underline{Y}_1 & \underline{Y}_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{U}_1^p \\ \underline{U}_1^k \end{bmatrix} \quad (1.46)$$

Podobnie postępując dla składowej zerowej otrzymuje się:

$$\begin{bmatrix} \underline{I}_0^p \\ \underline{I}_0^k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{Y}_0 & -\underline{Y}_0 \\ -\underline{Y}_0 & \underline{Y}_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{U}_0^p \\ \underline{U}_0^k \end{bmatrix} \quad (1.47)$$

Zatem macierze admitancyjne dla składowej zgodnej i zerowej są:

$$\underline{Y}_{-1} = \begin{bmatrix} \underline{Y}_1 & -\underline{Y}_1 \\ -\underline{Y}_1 & \underline{Y}_1 \end{bmatrix}$$

$$\underline{Y}_{-0} = \begin{bmatrix} \underline{Y}_0 & -\underline{Y}_0 \\ -\underline{Y}_0 & \underline{Y}_0 \end{bmatrix}$$

### 1.3.7. Schematy zastępcze dwutorowej linii przesyłowej

Na podstawie macierzy admitancyjnych linii przesyłowej można sporządzić schematy zastępcze linii dwutorowej:

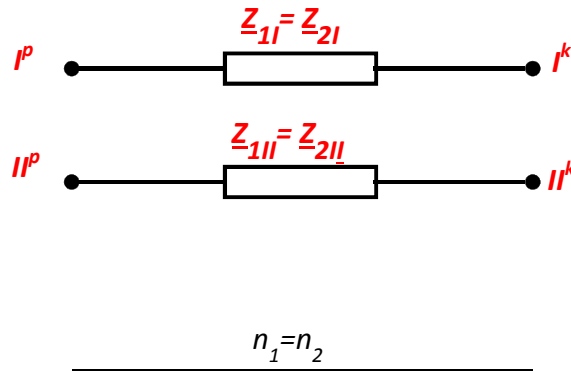
– dla składowej zgodnej i przeciwnej:

$$\underline{\mathbf{Y}}_{-1} = \begin{bmatrix} \underline{\mathbf{Y}}_1 & -\underline{\mathbf{Y}}_1 \\ -\underline{\mathbf{Y}}_1 & \underline{\mathbf{Y}}_1 \end{bmatrix}$$

W szczegółach macierz admitancyjna linii dwutorowej, zakładając że impedancje własne i wzajemne  $\underline{Z}$ ,  $\underline{M}$  każdego toru są różne (linia dwutorowa, ale jeden tor jest 400 kV, a drugi wykonany np. w izolacji 110kV) dla składowej zgodnej jest:

$$\underline{\mathbf{Y}}_1 = \underline{\mathbf{Y}}_2 = \begin{bmatrix} \mathbf{I}^P & \mathbf{I}^k & \mathbf{II}^P & \mathbf{II}^k \\ \mathbf{I}^P & \begin{bmatrix} \underline{Y}_I & -\underline{Y}_I \\ -\underline{Y}_I & \underline{Y}_I \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \\ \mathbf{II}^P & \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} \underline{Y}_{II} & -\underline{Y}_{II} \\ -\underline{Y}_{II} & \underline{Y}_{II} \end{bmatrix} \\ \mathbf{II}^k & \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} -\underline{Y}_{II} & \underline{Y}_{II} \\ \underline{Y}_{II} & -\underline{Y}_{II} \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$

Macierzy tej odpowiada schemat zastępczy dla składowej zgodnej i przeciwnej jak na (Rys. 1.11).



Rys. 1.11 Schemat zastępczy linii dwutorowej dla składowej zgodnej i przeciwnej

Podsumowując – impedancje dla składowej zgodnej i przeciwnej linii dwutorowej (wielotorowej) obliczamy początkowo wyznaczając impedancje własne i wzajemne każdego toru oddzielnie ( $\underline{Z}_I$ ,  $\underline{M}_I$ ,  $\underline{Z}_{II}$ ,  $\underline{M}_{II}$ , ...) na podstawie wzorów (1.16),(1.17). Impedancje te należy skorygować impedancjami przewodów odgromowych:

$$\underline{Z}_{(I,II)}^{(skoryg.)} = \underline{Z}_{(I,II)} - \frac{2\underline{n}^2}{\underline{O} + \underline{N}} \quad \underline{M}_{(I,II)}^{(skoryg.)} = \underline{M}_{(I,II)} - \frac{2\underline{n}^2}{\underline{O} + \underline{N}}$$

i wtedy można obliczyć impedancje linii – dla toru pierwszego:

$$\underline{Z}_{1,I} = \underline{Z}_{2,I} = \underline{Z}_I^{(skoryg.)} - \underline{M}_I^{(skoryg.)}$$

i dla drugiego:

$$\underline{Z}_{1,II} = \underline{Z}_{2,II} = \underline{Z}_{II}^{(skoryg.)} - \underline{M}_{II}^{(skoryg.)}$$



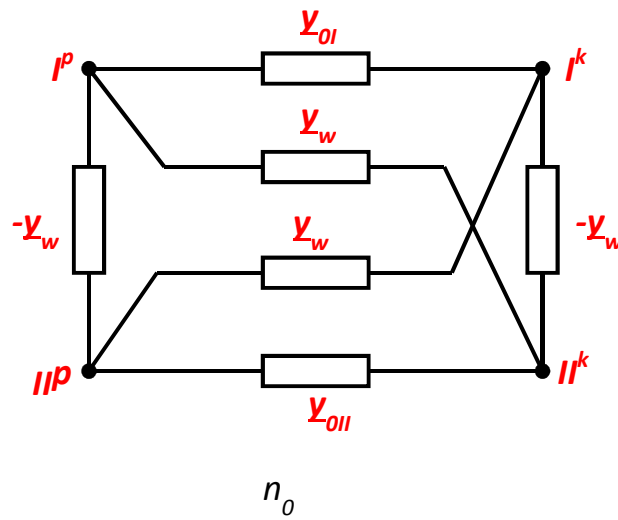
– dla składowej zerowej:

$$\begin{bmatrix} \underline{I}_0^p \\ \underline{I}_0^k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{Y}_0 & -\underline{Y}_0 \\ -\underline{Y}_0 & \underline{Y}_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{U}_0^p \\ \underline{U}_0^k \end{bmatrix}$$

W szczegółach macierz admitancyjna dla składowej zerowej jest:

$$\underline{Y}_0 = \begin{matrix} & \begin{matrix} \underline{I}^p & \underline{I}^k & \underline{II}^p & \underline{II}^k \end{matrix} \\ \begin{matrix} \underline{I}^p \\ \underline{I}^k \\ \underline{II}^p \\ \underline{II}^k \end{matrix} & \begin{bmatrix} \underline{Y}_{0I} & -\underline{Y}_{0I} & \underline{Y}_w & -\underline{Y}_w \\ -\underline{Y}_{0I} & \underline{Y}_{0I} & -\underline{Y}_w & \underline{Y}_w \\ \underline{Y}_w & -\underline{Y}_w & \underline{Y}_{0II} & -\underline{Y}_{0II} \\ -\underline{Y}_w & \underline{Y}_w & -\underline{Y}_{0II} & \underline{Y}_{0II} \end{bmatrix} \end{matrix}$$

Macierzy tej odpowiada schemat zastępczy jak na (Rys. 1.12).



Rys. 1.12. Schemat zastępczy linii dwutorowej dla składowej zerowej

Admitancje  $\underline{y}_I$ ,  $\underline{y}_{II}$ , które dla linii dwutorowej o identycznych torach są takie same oraz  $\underline{y}_w$  są obliczane według (1.45).

$$\underline{y}_0 = \frac{\underline{Z} + 2\underline{M}}{(\underline{Z} + 2\underline{M})^2 - 9\underline{W}^2} \quad \text{oraz} \quad \underline{y}_w = \frac{-3\underline{W}}{(\underline{Z} + 2\underline{M})^2 - 9\underline{W}^2}$$

Dla linii dwutorowej o różnych torach należy posługiwać się admitancjami  $\underline{y}$  różnymi dla każdego toru –  $\underline{y}_I$ ,  $\underline{y}_{II}$ .

Podobnie jak dla składowych zgodnych należy pamiętać, że impedancje:  $Z$ ,  $M$  w powinny zostać skorygowane impedancjami przewodów odgromowych:

$$\underline{Z}_{(I,II)}^{(skoryg.)} = \underline{Z}_{(I,II)} - \frac{2n^2}{\underline{O} + \underline{N}} \quad \underline{M}_{(I,II)}^{(skoryg.)} = \underline{M}_{(I,II)} - \frac{2n^2}{\underline{O} + \underline{N}} \quad \underline{W}_{(skoryg.)} = \underline{W} - \frac{2n^2}{\underline{O} + \underline{N}}$$

Admitancje  $\underline{y}_I$ ,  $\underline{y}_{II}$  oraz  $\underline{y}_w$  można zamienić na impedancje, przyjmując następujące oznaczenia:

$$\underline{Z}_{0(I,II)} = \underline{Z}_{(I,II)}^{(skoryg.)} + 2\underline{M}_{(I,II)}^{(skoryg.)} \quad \text{oraz} \quad \underline{Z}_m = 3\underline{W}^{(skoryg.)}$$

Otrzymamy- dla pierwszego toru:

$$\frac{1}{y_{0I}} = \frac{(\underline{Z} + 2\underline{M})^2 - 9\underline{W}^2}{(\underline{Z} + 2\underline{M})} = \underline{Z}_{0I} - \frac{\underline{Z}_m^2}{\underline{Z}_{0I}}$$

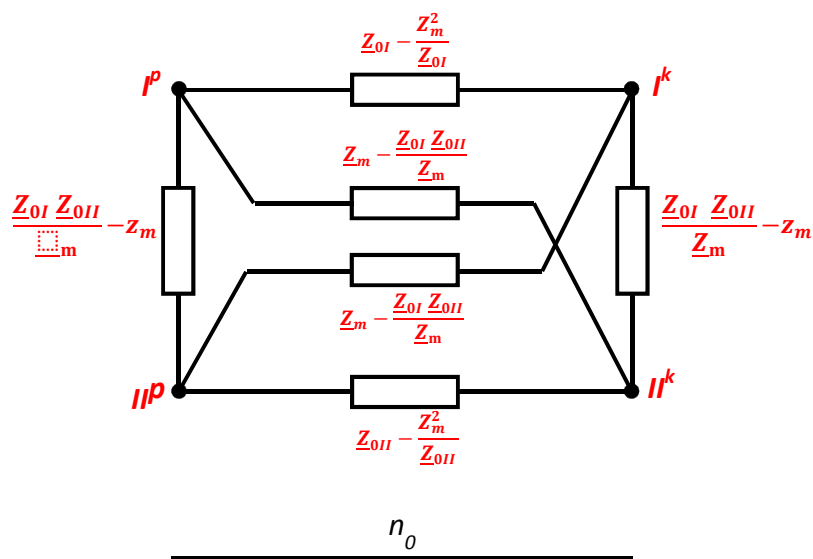
i podobnie dla toru drugiego:

$$\frac{1}{y_{0II}} = \underline{Z}_{0II} - \frac{\underline{Z}_m^2}{\underline{Z}_{0II}}$$

oraz impedancje pomiędzy węzłami toru pierwszego i drugiego:

$$\frac{1}{y_w} = \frac{(\underline{Z} + 2\underline{M})^2 - 9\underline{w}^2}{-3\underline{w}} = \frac{\underline{Z}_{0I} \cdot \underline{Z}_{0II}}{\underline{Z}_m} - \underline{Z}_m$$

Zatem schemat zastępczy dla składowej zerowej linii dwutorowej jest jak na (Rys. 1.13):

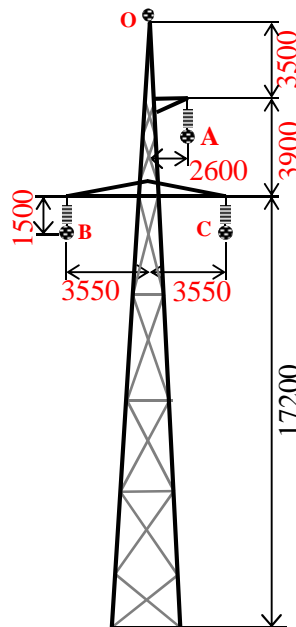


Rys. 1.13 Schemat zastępczy impedancyjny linii dwutorowej dla składowej zerowej

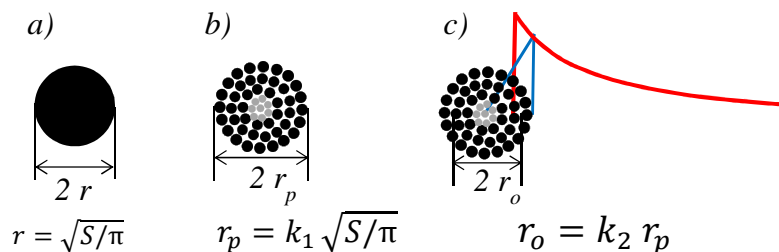
## 2. Przykłady obliczeń

### 2.1. Jednotorowa linia 110 kV

Linia elektroenergetyczna o napięciu 110 kV wykonana jest pojedynczymi przewodami AFL-240 mm<sup>2</sup> i jest zawieszona na słupach typu SC240 o trójkątnym przewodów fazowych z jednym przewodem odgromowym typu O/FI o przekroju 70 mm<sup>2</sup>.



Rys. 2.1. Słup przelotowy typu SC240 110 kV



Rys. 2.2. Przekroje przewodu: a) jednorodny, b)linka, c)rozkład pola elektromagnetycznego

Promień pojedynczego przewodu: dla linii AFL 240 wynika z konstrukcji linki stalowo-aluminiowej i przyjmuje się jak na (Rys. 2.2). Współczynnik  $k_1$  zwiększa promień przewodu wynikający z tego że przewód wykonany jest z linek stalowo aluminiowych, zaś przekrój przewodu (w tym przypadku 240 mm<sup>2</sup>) dotyczy walca o podanym przekroju, przyjmując  $k_1=1,2$  otrzymujemy:

$$r_p = k_1 \sqrt{S / \pi} = 1,2 \cdot \sqrt{240 / \pi} = 10,49 \text{ mm}$$

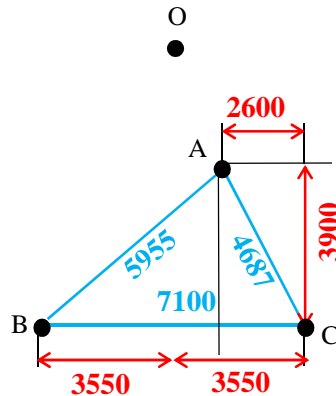
Współczynnik  $k_2$  zmniejsza promień przewodu wynikający z tego że natężenie pola elektromagnetycznego wewnątrz przewodu rośnie liniowo a na zewnątrz przewodu maleje

wykładniczo. Taki rozkład zastępuje się wyłącznie rozkładem malejącym wykładniczo przy założeniu, że pole trójkąta (wewnątrz przewodu) jest równe polu quasi trapezu jak (Rys. 2.2).

Przyjmując współczynnik  $k_2=0,8$  otrzymujemy:

$$r_o = k_1 k_2 \sqrt{S/\pi} = 1,2 \cdot 0,8 \cdot \sqrt{240/\pi} = 8,391 \text{ mm}$$

- odległości między przewodami wynikają z zależności trygonometrycznych wymiarów słupa (Rys. 2.3), (na czerwono zaznaczono wymiary słupa, a niebieski kolor oznacza odległości między przewodami obliczone z trójkątów).



Rys. 2.3. Odległości przewodów fazowych na słupie typu SC240

Dla słupa typu SC240: obliczamy:

$$D_{AB} = \sqrt{(7100 - 2600)^2 + 3900^2} = 5,955 \text{ m}$$

$$D_{AC} = \sqrt{(2600)^2 + 3900^2} = 4,687 \text{ m}$$

$$D_{BC} = 7,100 \text{ m}$$

Średni odstęp między przewodami jest:

$$D_{\acute{s}r} = \sqrt[3]{D_{ab} D_{ac} D_{bc}} = \sqrt[3]{5,955 \cdot 4,687 \cdot 7,100} = 5,830$$

- odległość umownego przewodu zastępującego ziemię:

$$D_n = 93\sqrt{\rho} = 93\sqrt{100} = 930 \text{ m}$$

przy czym założono rezystywność gruntu  $\rho = 100 \ \Omega \text{ m}$ .

- można teraz obliczyć impedancję własną i wzajemną – wzory (1.16), (1.17):

$$\begin{aligned} \underline{Z}' &= \frac{1000}{\gamma \cdot S} + 0,05 + j2\pi \cdot 10^{-2} \ln \frac{D_n}{r_o} = \frac{1000}{35 \cdot 240} + 0,05 + j2\pi \cdot 10^{-2} \ln \frac{930}{8,391 \cdot 10^{-3}} = \\ &= 0,16905 + j0,72984 \ \Omega / \text{km} \end{aligned}$$

$$\underline{M}' = 0,05 + j2\pi \cdot 10^2 \ln \frac{D_n}{D_{\acute{s}r}} = 0,05 + j2\pi \cdot 10^2 \ln \frac{930}{5,830} = 0,05 + j0,31869 \ \Omega / \text{km}$$

- impedancje w składowych symetrycznych (bez uwzględnienia przewodów odgromowych):

$$\underline{Z}'_{1,2} = \underline{Z}' - \underline{M}' = (0,16905 + j0,72984) - (0,050 + j0,31869) = (0,1190 + j0,4112) \Omega / km$$

$$\underline{Z}'_0 = \underline{Z}' + 2\underline{M}' = (0,16905 + j0,72984) + 2 \cdot (0,0500 + j0,31869) = (0,2690 + j1,3672) \Omega / km$$

- impedancje w składowych symetrycznych ( $\underline{Z}_{1,2}$ ,  $\underline{Z}_0$ ) można obliczyć bezpośrednio na podstawie wzorów (1.28):

$$\begin{aligned} Z'_1 = Z_1 &= \frac{1000}{\gamma \cdot S} + j2\pi \cdot 10^{-2} \ln \frac{D_{sr}}{r_o} = \frac{1000}{35 \cdot 240} + 2\pi \cdot 10^{-2} \ln \frac{5,830}{8,391 \cdot 10^{-3}} = \\ &= (0,1190 + j0,4112) \Omega / km \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Z'_0 = Z_0 &= \frac{1000}{\gamma \cdot S} + 0,15 + j2\pi 10^{-2} \ln \frac{D_n^3}{D_{sr}^2 \cdot r_o} = \frac{1000}{35 \cdot 240} + 0,15 + j2\pi 10^{-2} \ln \frac{930^3}{5,830^2 \cdot 8,39110^{-3}} = \\ &= (0,2690 + j1,3672) \Omega / km \end{aligned}$$

### 2.1.1. Uwzględnienie przewodów odgromowych

W przypadku linii jednotorowej macierz impedancji własnych i wzajemnych wygląda następująco:

$$\underline{Z} = \begin{bmatrix} \underline{Z} & \underline{M} & \underline{M} & \underline{n} \\ \underline{M} & \underline{Z} & \underline{M} & \underline{n} \\ \underline{M} & \underline{M} & \underline{Z} & \underline{n} \\ \underline{n} & \underline{n} & \underline{n} & \underline{O} \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

gdzie:

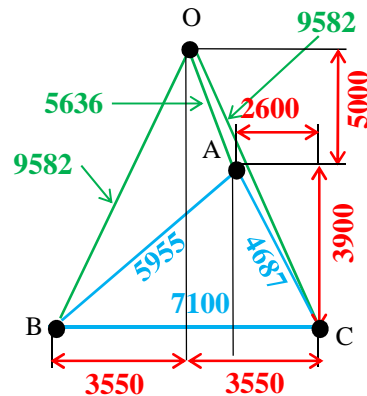
- $\underline{Z}$  - impedancja własna przewodu fazowego obliczona na podstawie wzoru (1.16),
- $\underline{M}$  - impedancja wzajemna przewodów fazowych obliczona na podstawie wzoru (1.17),
- $\underline{O}$  - impedancja własna przewodu odgromowego obliczona na podstawie wzoru (1.16),
- $\underline{n}$  - impedancja wzajemna przewodu odgromowego i przewodów fazowych obliczana na podstawie wzoru (1.17),

Impedancje własne i wzajemne są wcześniej obliczone, należy dodatkowo obliczyć impedancję własną przewodu odgromowego oraz wzajemną pomiędzy przewodem odgromowym a przewodami fazowymi. W dalszej kolejności należy wyeliminować z macierzy impedancji węzeł odgromowy.

- promień zastępczy przewodu odgromowego:

$$r_{odgr} = k_1 k_2 \sqrt{S / \pi} = 1,2 \cdot 0,8 \cdot \sqrt{70 / \pi} = 4,532 mm$$

- odległości między przewodem odgromowym a przewodami fazowymi wynikają z zależności trygonometrycznych wymiarów słupa.
- odległości między przewodami wynikają z zależności trygonometrycznych wymiarów słupa (Rys. 2.3), (na czerwono zaznaczono wymiary słupa, a niebieski kolor oznacza odległości między przewodami obliczone wcześniej a kolor zielony oznacza odległości przewodu odgromowego od przewodów fazowych obliczone z trójkątów).



Rys. 2.4. Odległości przewodów fazowych i odgromowego na słupie typu SC240

- Dla słupa typu SC240: obliczamy:

$$D_{OA} = \sqrt{(2600)^2 + 5000^2} = 5,636m$$

$$D_{OB} = D_{OC} = \sqrt{(5000+3900)^2 + 3550^2} = 9,582m$$

to średni odstęp między przewodami jest:

$$D_{\acute{s}rO} = \sqrt[3]{D_{OA} \cdot D_{OB} \cdot D_{OC}} = \sqrt[3]{5,636 \cdot 9,582 \cdot 9,582} = 8,028$$

- obliczamy impedancję własną przewodu odgromowego - wzór (1.16):

$$o' = \frac{1000}{\gamma S} + 0,05 + j2\pi \cdot 10^{-2} \ln \frac{D_n}{r_{odgr}} = \frac{1000}{35 \cdot 70} + 0,05 + j2\pi \cdot 10^{-2} \ln \frac{930}{4,532 \cdot 10^{-3}}$$

$$= 0,45816 + j0,76855 \text{ } \Omega / km$$

oraz impedancję wzajemną pomiędzy przewodem odgromowym a przewodami fazowymi – wzór (1.17):

$$\underline{n}' = 0,05 + j2\pi \cdot 10^{-2} \ln \frac{D_n}{D_{\acute{s}rO}} = 0,05 + j2\pi \cdot 10^{-2} \ln \frac{930}{8,028} = 0,050 + j0,29859 \text{ } \Omega / km$$

- zatem jednostkowe impedancje zastępcze jednotorowej linii 100 kV z jednym przewodem odgromowym - elementy macierzy  $\underline{Z}$  są:

$$\underline{Z}' = (0,16905 + j0,72984) \text{ } \Omega / km$$

$$\underline{M}' = (0,0500 + j0,31869) \text{ } \Omega / km$$

$$\underline{Q}' = (0,45816 + j0,76855) \text{ } \Omega / km$$

$$\underline{n}' = (0,0500 + j0,29859) \text{ } \Omega / km$$

– macierz impedancji przewodów:

$$\underline{Z} = \begin{array}{c} \text{A} \\ \text{B} \\ \text{C} \\ \text{O} \end{array} \begin{array}{c} \text{A} \\ \text{B} \\ \text{C} \\ \text{O} \end{array} \begin{array}{cccc} 0,16905 & 0,05000 & 0,05000 & 0,05000 \\ 0,72984 & 0,31869 & 0,31869 & 0,29859 \\ 0,05000 & 0,16905 & 0,05000 & 0,05000 \\ 0,31869 & 0,72984 & 0,31869 & 0,29859 \\ 0,05000 & 0,05000 & 0,16905 & 0,05000 \\ 0,31869 & 0,31869 & 0,72984 & 0,29859 \\ 0,05000 & 0,05000 & 0,05000 & 0,45816 \\ 0,29859 & 0,29859 & 0,29859 & 0,76855 \end{array}$$

Należy teraz przeprowadzić eliminację węzła odgromowego z macierzy  $\underline{Z}$ . Zgodnie ze wzorem eliminacji Gaussa należy od elementów  $\underline{Z}$  oraz  $\underline{M}$  odejmować:

$$\begin{aligned} \frac{\underline{\Delta W}}{\underline{O}} &= \frac{2\underline{n}^2}{\underline{O}} = \frac{2 \cdot (0,0500 + j0,29859)^2}{(0,45816 + j0,76855)} = \frac{(-0,17331 + j0,059718) \cdot (0,45816 - j0,76855)}{0,45816^2 + 0,76855^2} = \\ &= \frac{(-0,03351 + j0,160561)}{0,80059} = (-0,04186 + j0,20056) \Omega/\text{km} \end{aligned}$$

**Podziękowanie:**

**Dziękujemy Panu mgr inż. Zdzisławowi Szewczykowi za sprawdzenie obliczania współczynników  $\underline{\Delta W}$  i wykrycie błędów w obliczeniach.**

Zatem skorygowane impedancje  $\underline{Z}$ ,  $\underline{M}$  są:

$$\begin{aligned} \underline{Z}'(\text{skoryg.}) &= \underline{Z}' - \underline{\Delta W} = \\ &= (0,16905 + j0,72984) - (-0,04186 + j0,20056) = (0,21090 + j0,52929) \Omega/\text{km} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \underline{M}'(\text{skoryg.}) &= \underline{M}' - \underline{\Delta W} = \\ &= (0,0500 + j0,31869) - (-0,04186 + j0,20056) = (0,09186 + j0,11814) \Omega/\text{km} \end{aligned}$$

impedancje w składowych symetrycznych z uwzględnieniem przewodów odgromowych:

$$\begin{aligned} \underline{Z}'_1 &= \underline{Z}'_2 = \underline{Z}'(\text{skoryg.}) - \underline{M}'(\text{skoryg.}) = \\ &= (0,21090 + j0,52929) - (0,09186 + j0,11814) = (0,1190 + j0,4112) \Omega/\text{km} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \underline{Z}'_0 &= \underline{Z}'(\text{skoryg.}) + 2\underline{M}'(\text{skoryg.}) = \\ &= (0,21090 + j0,52929) + 2 \cdot (0,09186 + j0,11814) = (0,3946 + j0,7656) \Omega/\text{km} \end{aligned}$$

**Podsumowanie - 1 torowa linia 110 kV**

**bez przewodów odgromowych):**

$$\begin{aligned} \underline{Z}^{(1,2)} &= (0,119 + j0,412) \Omega/\text{km} \\ \underline{Z}^{(0)} &= (0,269 + j1,367) \Omega/\text{km} \end{aligned}$$

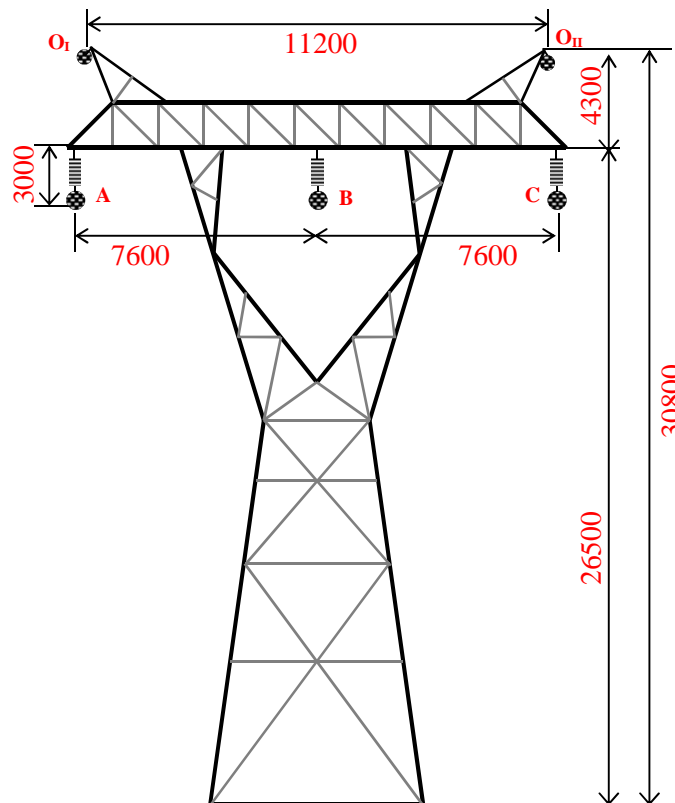
**z przewodami odgromowymi**

$$\begin{aligned} \underline{Z}^{(1,2)} &= (0,119 + j0,411) \Omega/\text{km} \\ \underline{Z}^{(0)} &= (0,394 + j0,7656) \Omega/\text{km} \end{aligned}$$

Obecność przewodów odgromowych nie zmienia impedancji dla składowej zgodnej, natomiast zmniejsza reaktancję dla składowej zerowej w tym przypadku o około 45%.

## 2.2. Jednotorowa linia 220 kV

Linia elektroenergetyczna o napięciu 220 kV wykonana jest pojedynczymi przewodami AFL-525 mm<sup>2</sup> i jest zawieszona na słupach typu H52 (Rys. 2.5) o płaskim układzie przewodów fazowych z przewodami odgromowymi typu OPG o przekroju 90 mm<sup>2</sup>.



Rys. 2.5. Słup przelotowy typu H52 linii 220 kV

### 2.2.1. Obliczenia bez uwzględnienia przewodów odgromowych (1 torowa 220 kV)

- zastępczy promień przewodu fazowego, przyjmując  $k_1=1,2$  oraz  $k_2=0,8$  jest:

$$r_o = k_1 \cdot k_2 \cdot \sqrt{S / \pi} = 1,2 \cdot 0,8 \cdot \sqrt{525 / \pi} = 12,41 \text{ mm}$$

- zakładając odległości między przewodami  $D_{ab}=7,6$  m oraz  $D_{ac}=7,6$  m to średni odstęp między przewodami jest:

$$D_{sr} = \sqrt[3]{D_{AB} \cdot D_{AC} \cdot D_{BC}} = \sqrt[3]{7,6 \cdot 7,6 \cdot 15,2} = 9,575$$

- odległość umownego przewodu zastępującego ziemię:

$$D_n = 93 \sqrt{\rho} = 93 \sqrt{100} = 930 \text{ m}$$

przy czym założono rezystywność gruntu  $\rho = 100 \Omega \text{ m}$ .



- można teraz obliczyć impedancję własną i wzajemną – wzory (1.16), (1.17):

$$\underline{Z}' = \frac{1000}{\gamma S} + 0,05 + j2\pi \cdot 10^{-2} \ln \frac{D_n}{r_o} = \frac{1000}{35 \cdot 525} + 0,05 + j2\pi \cdot 10^{-2} \ln \frac{930}{12,41 \cdot 10^{-3}} =$$

$$= (0,10442 + j0,70525) \Omega / km$$

$$\underline{M}' = 0,05 + j2\pi \cdot 10^{-2} \ln \frac{D_n}{D_{sr}} = 0,050 + j2\pi \cdot 10^{-2} \ln \frac{930}{9,575} = (0,050 + j0,28752) \Omega / km$$

zatem jednostkowe impedancje zastępcze przewodów fazowych  $\underline{Z}'$ ,  $\underline{M}'$  są:

$$\underline{Z}' = (0,10442 + j0,70525) \Omega / km$$

$$\underline{M}' = (0,0500 + j0,28752) \Omega / km$$

- macierz impedancji przewodów:

$$\underline{Z} = \begin{matrix} & \begin{matrix} \text{A} & \text{B} & \text{C} \end{matrix} \\ \begin{matrix} \text{A} \\ \text{B} \\ \text{C} \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0,10442 & 0,05000 & 0,05000 \\ 0,70525 & 0,28752 & 0,28752 \\ 0,05000 & 0,10442 & 0,05000 \\ 0,28752 & 0,70525 & 0,28752 \\ 0,05000 & 0,05000 & 0,10442 \\ 0,28752 & 0,28752 & 0,70525 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

- impedancje w składowych symetrycznych są:

$$\underline{Z}'_1 = \underline{Z}'_2 = \underline{Z} - \underline{M}' = (0,104 + j0,7053) - (0,050 + j0,2875) = (0,0544 + j0,4177) \Omega / km$$

$$\underline{Z}'_0 = \underline{Z} + 2\underline{M}' = (0,10442 + j0,70525) + 2 \cdot (0,0500 + j0,28752) = (0,2044 + j1,2803) \Omega / km$$

Impedancje w składowych symetrycznych ( $\underline{Z}'_1$ ,  $\underline{Z}'_0$ ) można obliczyć bezpośrednio na podstawie wzorów (1.28):

$$\underline{Z}'_1 = \frac{1000}{\gamma S} = 2\pi \cdot 10^{-2} \ln \frac{D_{sr}}{r_o} = \frac{1000}{35 \cdot 525} + 2\pi \cdot 10^{-2} \ln \frac{9,575}{12,41 \cdot 10^{-3}} = (0,0544 + j0,4177) \Omega / km$$

$$\underline{Z}'_0 = \frac{1000}{\gamma \cdot S} + 0,15 + 2\pi \cdot 10^{-2} \ln \frac{D_n^3}{D_{sr}^2 \cdot r_o} = \frac{1000}{35 \cdot 525} + 0,15 + 2\pi \cdot 10^{-2} \ln \frac{930^3}{9,58^2 \cdot 12,41 \cdot 10^{-3}} =$$

$$= (0,2044 + j1,2803) \Omega / km$$

**2.2.2. Z uwzględnieniem przewodów odgromowych (1 torowa 220 kV)**

- impedancje zastępcze przewodów fazowych  $\underline{Z}'$ ,  $\underline{M}'$  są (j.w):

$$\underline{Z}' = (0,10442 + j0,70525) \Omega / km$$

$$\underline{M}' = (0,0500 + j0,28752) \Omega / km$$

- obliczenie impedancji własnych i wzajemnych przewodów odgromowych:

- zakładając że przewody odgromowe są wykonane linką stalowo-aluminiową o przekroju  $90 \text{ mm}^2$  to przyjmując współczynniki  $k_1=1,4$  oraz  $k_2=0,82$ , to  $r_o$  jest:

$$r_{oodgr} = k_1 \cdot k_2 \cdot \sqrt{S / \pi} = 1,4 \cdot 0,82 \cdot \sqrt{90 / \pi} = 6,145 \text{ mm}$$

- reaktancja własna przewodu odgromowego:

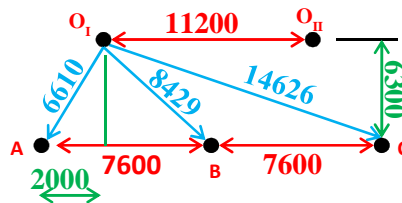
$$\underline{Q}' = \left( \frac{1000}{\gamma \cdot S} \right) + 0,05 + j2\pi \cdot 10^{-2} \ln \frac{D_n}{r_{oodgr}}$$

$$= \left( \frac{1000}{35 \cdot 90} \right) + 0,05 + j2\pi \cdot 10^{-2} \ln \frac{930}{6,145 \cdot 10^{-3}} = (0,36746 + j0,74942) \Omega / km$$

- odległość między przewodami odgromowymi jest  $D_{oodgr}=11,2\text{m}$ , to reaktancja wzajemna między przewodami odgromowymi:

$$\underline{N}' = 0,05 + j2\pi \cdot 10^{-2} \ln \frac{D_n}{D_{oodgr}} = 0,05 + j2\pi \cdot 10^{-2} \ln \frac{930}{11,2} = (0,05000 + j0,27767) \Omega / km$$

- odległości między przewodami odgromowymi i fazowymi:



Rys. 2.6. Odległości między przewodami fazowymi a odgromowymi

$$D_M = \sqrt[3]{D_{OA} \cdot D_{OB} \cdot D_{OC}} = \sqrt[3]{6,610 \cdot 8,429 \cdot 14,626} = 9,340$$

- reaktancja wzajemna między przewodem odgromowymi a przewodami fazowymi:

$$\underline{n}' = 0,05 + j2\pi \cdot 10^{-2} \ln \frac{D_n}{D_M} = 0,05 + j2\pi \cdot 10^{-2} \ln \frac{930}{9,340} = (0,05000 + j0,28908) \Omega / km$$

– macierz impedancji przewodów:

$$\underline{Z} = \begin{array}{c} \text{A} \\ \text{B} \\ \text{C} \\ \text{OI} \\ \text{OII} \end{array} \begin{array}{c} \left[ \begin{array}{cc|cc} \text{A} & \text{B} & \text{C} & \text{OI} & \text{OII} \\ \hline 0,10442 & 0,05000 & 0,05000 & 0,05000 & 0,05000 \\ 0,70525 & 0,28752 & 0,28752 & 0,28908 & 0,28908 \\ \hline 0,05000 & 0,10442 & 0,05000 & 0,05000 & 0,05000 \\ 0,28752 & 0,70525 & 0,28752 & 0,28908 & 0,28908 \\ \hline 0,05000 & 0,05000 & 0,10442 & 0,05000 & 0,05000 \\ 0,28752 & 0,28752 & 0,70525 & 0,28908 & 0,28908 \\ \hline 0,05000 & 0,05000 & 0,05000 & 0,36746 & 0,05000 \\ 0,28908 & 0,28908 & 0,28908 & 0,74942 & 0,27767 \\ \hline 0,05000 & 0,05000 & 0,05000 & 0,05000 & 0,36746 \\ 0,28908 & 0,28908 & 0,28908 & 0,27767 & 0,74942 \end{array} \right] \end{array}$$

– współczynnik eliminujący węzły odgromowe:

$$\underline{\Delta W} = \frac{2\underline{n}^2}{\underline{O} + \underline{N}} = \frac{2 \cdot (0,05000 + j0,28908)^2}{(0,36746 + j0,74942) + (0,05000 + j0,27767)} = \frac{-0,16213 + j0,05782}{0,41746 + j1,02709} =$$

$$\frac{(-0,16213 + j0,05782) \cdot (0,41746 - j1,02709)}{1,22919} = \frac{-0,00830 + j0,19066}{1,22919}$$

$$= (-0,00675 + j0,15511) \Omega/\text{km}$$

– korekcja impedancji przewodów fazowych (eliminacja węzłów odgromowych):

$$\underline{Z}^{(\text{skoryg.})} = \underline{Z} - \underline{\Delta W} = (0,10442 + j0,70525) - (-0,00675 + j0,15511) = (0,11118 + j0,55014) \Omega/\text{km}$$

$$\underline{M}^{(\text{skoryg.})} = \underline{M} - \underline{\Delta W} = (0,05000 + j0,28752) - (-0,00675 + j0,15511) = (0,05675 + j0,13241) \Omega/\text{km}$$

macierz impedancji przewodów po eliminacji węzłów odgromowych:

$$\underline{Z}^{(\text{skoryg.})} = \begin{array}{c} \text{A} \\ \text{B} \\ \text{C} \end{array} \begin{array}{c} \left[ \begin{array}{cc|c} \text{A} & \text{B} & \text{C} \\ \hline 0,11118 & 0,05675 & 0,05675 \\ 0,55014 & 0,13241 & 0,13241 \\ \hline 0,05675 & 0,11118 & 0,05675 \\ 0,13241 & 0,55014 & 0,13241 \\ \hline 0,05675 & 0,05675 & 0,11118 \\ 0,13241 & 0,13241 & 0,55014 \end{array} \right] \end{array}$$

– impedancje w składowych symetrycznych są:

$$\underline{Z}'_1 = \underline{Z}'_2 = \underline{Z}^{\text{skoryg.}} - \underline{M}^{\text{skoryg.}} =$$

$$= (0,11118 + j0,55014) - (0,05675 + j0,13241) = (0,05442 + j0,41773) \Omega/\text{km}$$

$$\underline{Z}'_0 = \underline{Z}^{\text{skoryg.}} + 2\underline{M}^{\text{skoryg.}} =$$

$$= (0,11118 + j0,55014 + 2 \cdot (0,05675 + j0,13241)) = (0,22468 + j0,81495) \Omega/\text{km}$$

Podsumowanie - 1 torowa linia 220 kV

bez przewodów odgromowych):

$$\underline{Z}^{(1,2)} = (0,054 + j0,418) \Omega/\text{km}$$

$$\underline{Z}^{(0)} = (0,204 + j1,280) \Omega/\text{km}$$

z przewodami odgromowymi

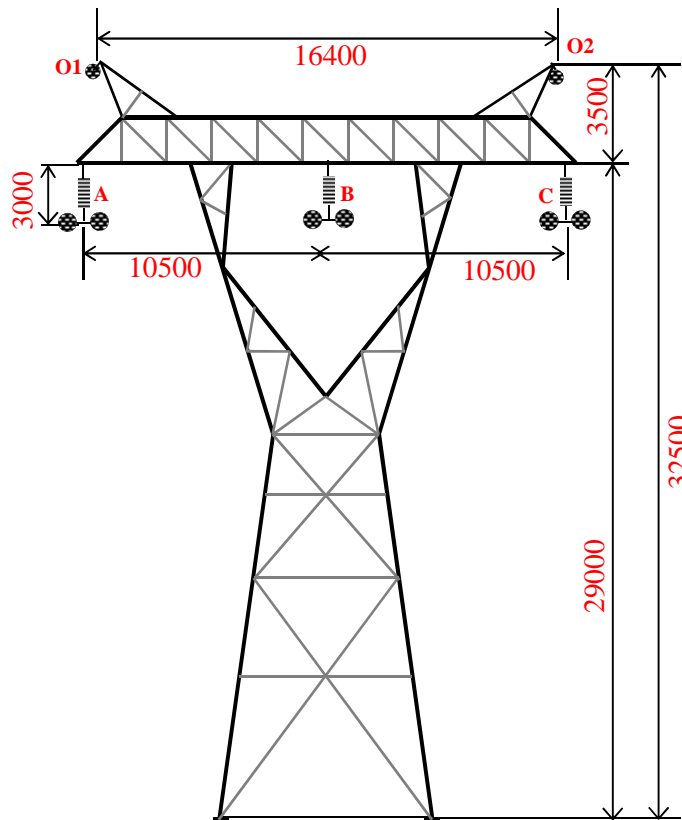
$$\underline{Z}^{(1,2)} = (0,054 + j0,418) \Omega/\text{km}$$

$$\underline{Z}^{(0)} = (0,225 + j0,815) \Omega/\text{km}$$

Obecność przewodów odgromowych nie zmienia impedancji dla składowej zgodnej, natomiast zmniejsza reaktancję dla składowej zerowej w tym przypadku o około 47%.

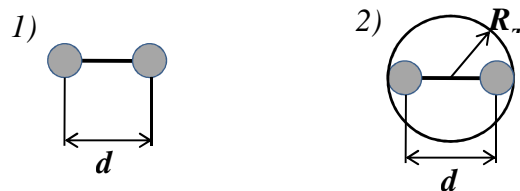
### 2.3. Jednotorowa linia 400 kV z dwoma przewodami w wiązce i dwoma przewodami odgromowymi

2\*AFL-525 mm<sup>2</sup> i jest zawieszona na słupach typu Y52 (Rys. 2.7) o płaskim układzie przewodów fazowych z przewodami odgromowymi typu OPG o przekroju 120 mm<sup>2</sup>.



Rys. 2.7 Słup przelotowy typu Y52 linii 400 kV

Obliczamy promień zastępczy wiązki dwuprzewodowej zakładając, że odstęp pomiędzy pojedynczymi przewodami w wiązce jest 40 cm, a przekrój jednego przewodu jest 525 mm<sup>2</sup>.



Rys. 2.8. Wiązka dwuprzewodowa

– promień zastępczy pojedynczego przewodu jest:

$$r_{o,poj.} = k_1 \cdot k_2 \cdot \sqrt{S/\pi} = 1,20 \cdot 0,8 \cdot \sqrt{525/\pi} = 12,41 \text{ mm}$$

– obliczamy zastępczy promień wiązki dwuprzewodowej według pierwszej metody

$$r_o = \sqrt[n]{r_{o,poj.} \cdot d^{n-1}} = \sqrt[2]{12,41 \cdot 400} = 70,46 \text{ mm}$$

według metody drugiej jest:

$$r_o = \sqrt[n]{n \cdot r_{o,poj.} \cdot R_T^{n-1}} = \sqrt[2]{2 \cdot 12,41 \cdot \left(\frac{400}{2}\right)} = 70,46 \text{ mm}$$

- zakładając odległości między przewodami  $D_{AB}=10,5$  m oraz  $D_{AC}=10,56$  m to średni odstęp między przewodami jest:

$$D_{\acute{s}r} = \sqrt[3]{D_{AB} \cdot D_{AC} \cdot D_{BC}} = \sqrt[3]{10,5 \cdot 10,5 \cdot 21,0} = 13,229$$

- odległość umownego przewodu zastępującego ziemię:

$$D_n = 93\sqrt{\rho} = 93\sqrt{100} = 930m$$

przy czym założono rezystywność gruntu  $\rho = 100 \Omega m$ .

- można teraz obliczyć impedancje własną i wzajemną przewodów fazowych– wzory (1.16), (1.17):

$$\begin{aligned} \underline{Z}' &= \left( \frac{1000}{\gamma S} \right) / n + 0,05 + j2\pi \cdot 10^{-2} \ln \frac{D_n}{r_o} = \\ &= \left( \frac{1000}{35 \cdot 525} \right) / 2 + 0,05 + j2\pi \cdot 10^{-2} \ln \frac{930}{70,46 \cdot 10^{-3}} = (0,07721 + j0,59615) \Omega / km \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \underline{M}' &= 0,05 + j2\pi \cdot 10^{-2} \ln \frac{D_n}{D_{\acute{s}r}} = \\ &= 0,05 + j2\pi \cdot 10^{-2} \ln \frac{930}{13,229} = (0,0500 + j0,26721) \Omega / km \end{aligned}$$

- impedancje w składowych symetrycznych bez uwzględnienia przewodów odgromowych:

$$\underline{Z}'_1 = \underline{Z}'_2 = \underline{Z} - \underline{M} = (0,07721 + j0,59615) - (0,05000 + j0,26721) = (0,027 + j0,329) \Omega / km$$

$$\underline{Z}'_0 = \underline{Z} + 2\underline{M} = (0,07721 + j0,59615) + 2 \cdot (0,05000 + j0,26721) = (0,177 + j1,131) \Omega / km$$

- obliczenie impedancji własnych i wzajemnych przewodów odgromowych:

- zakładając że przewody odgromowe są wykonane linką stalowo-aluminiową o przekroju  $120 \text{ mm}^2$  to:

$$r_{odgr.} = k_1 \cdot k_2 \cdot \sqrt{S / \pi} = 1,4 \cdot 0,82 \cdot \sqrt{120 / \pi} = 7,0951 \text{ mm}$$

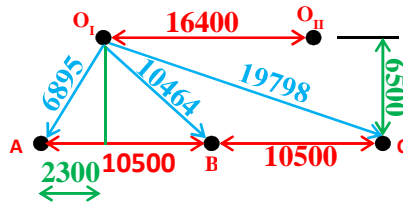
- reaktancja własna przewodu odgromowego:

$$\begin{aligned} \underline{O}' &= \left( \frac{1000}{\gamma S} \right) + 0,05 + j2\pi \cdot 10^{-2} \ln \frac{D_n}{r_{odgr.}} = \\ &= \left( \frac{1000}{35 \cdot 120} \right) + 0,05 + j2\pi \cdot 10^{-2} \ln \frac{930}{7,0951 \cdot 10^{-3}} = (0,28810 + j0,74038) \Omega / km \end{aligned}$$

- odległość między przewodami odgromowymi jest  $D_o=16,4$ m, to reaktancja wzajemna między przewodami odgromowymi jest:

$$\begin{aligned} \underline{N}' &= 0,05 + j2\pi \cdot 10^{-2} \ln \frac{D_n}{D_{odgr.}} = \\ &= 10^{-3} \cdot 50 + j2\pi \cdot 10^{-2} \ln \frac{930}{16,4} = (0,05000 + j0,25371) \Omega / km \end{aligned}$$

- odległości między przewodami odgromowymi i fazowymi są jak (Rys. 2.9) (na czerwono zaznaczono wymiary słupa, a niebieski kolor oznacza odległości między przewodami obliczone z trójkątów):



Rys. 2.9. Odległości między przewodami

- reaktancja wzajemna między przewodem odgromowymi a przewodami fazowymi:

$$D_M = \sqrt[3]{D_{OA} \cdot D_{OB} \cdot D_{OC}} = \sqrt[3]{6,895 \cdot 10,464 \cdot 19,798} = 11,262$$

$$\begin{aligned} \underline{n}' &= 0,05 + j2\pi 10^{-2} \ln \frac{D_n}{D_M} = \\ &= 0,05 + j2\pi 10^{-2} \ln \frac{930}{11,262} = (0,05000 + j0,27732) \Omega / km \end{aligned}$$

- współczynnik eliminujący węzły odgromowe:

$$\begin{aligned} \underline{\Delta W} &= \frac{2\underline{n}'^2}{\underline{O} + \underline{N}} = \frac{2 \cdot (0,05000 + j0,27732)^2}{(0,28810 + j0,74038) + (0,05000 + j0,25371)} = \frac{-0,14882 + j0,05547}{0,33810 + j0,99409} = \\ &= \frac{(-0,14882 + j0,0547) \cdot (0,33810 - j0,99409)}{1,10252} = \frac{0,004822 + j0,11449}{1,10252} = \\ &= (0,00437 + j0,15119) \Omega / km \end{aligned}$$

- impedancje przewodów po eliminacji węzłów odgromowych:

$$\underline{Z}^{(skoryg.)} = \underline{Z} - \underline{\Delta W} = (0,07721 + j0,59615) - (0,00437 + j0,15119) = (0,07284 + j0,44495) \Omega / km$$

$$\underline{M}^{(skoryg.)} = \underline{M} - \underline{\Delta W} = (0,05000 + j0,26721) - (0,00437 + j0,15119) = (0,04563 + j0,11602) \Omega / km$$

impedancje w składowych symetrycznych z uwzględnieniem przewodów odgromowych:

$$\underline{Z}'_1 = \underline{Z}'_2 = \underline{Z} - \underline{M} = (0,07284 + j0,44495) - (0,04563 + j0,11602) = (0,0272 + j0,3289) \Omega / km$$

$$\underline{Z}'_0 = \underline{Z} + 2\underline{M} = (0,07284 + j0,44495) + 2 \cdot (0,04563 + j0,11602) = (0,16409 + j0,6770) \Omega / km$$

### Podsumowanie - 1 torowa linia 400 kV

bez przewodów odgromowych):

$$\underline{Z}^{(1,2)} = (0,027 + j0,329) \Omega / km$$

$$\underline{Z}^{(0)} = (0,172 + j1,131) \Omega / km$$

z przewodami odgromowymi

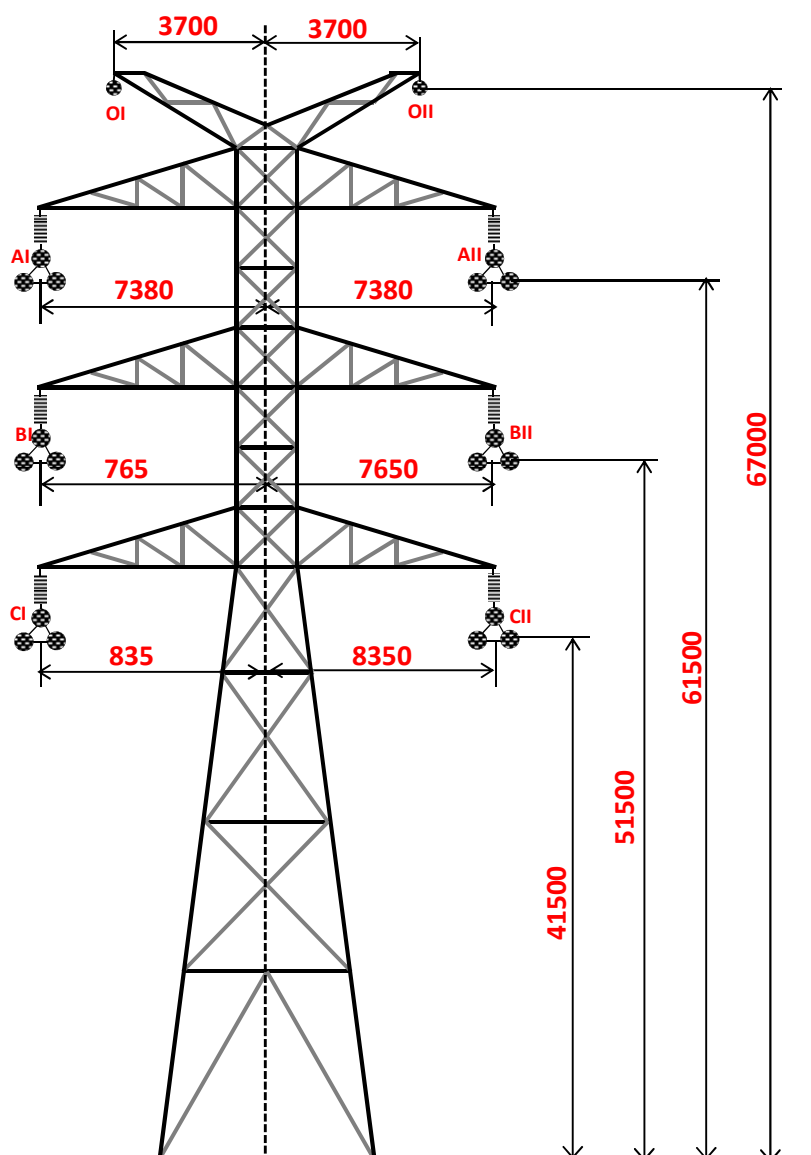
$$\underline{Z}^{(1,2)} = (0,027 + j0,329) \Omega / km$$

$$\underline{Z}^{(0)} = (0,164 + j0,677) \Omega / km$$

Obecność przewodów odgromowych nie zmienia impedancji dla składowej zgodnej, natomiast zmniejsza reaktancję dla składowej zerowej w tym przypadku o około 45%.

## 2.4. Obliczenia dwutorowej linii 400 kV z trzema przewodami w wiązce i dwoma przewodami odgromowymi

Dwutorowa linia elektroenergetyczna o napięciu 400 kV wykonana jest przewodami wiązkowymi 3\*AFL-350 mm<sup>2</sup> i jest zawieszona na słupach przelotowych typu P Rys. 2.10) o pionowym układzie przewodów fazowych każdego toru oraz z przewodami odgromowymi typu OPG o przekroju 120 mm<sup>2</sup>.



Rys. 2.10. Słup typu P dwutorowej linii 400 kV

Obliczenie zastępczego promienia wiązki trójprzewodowej

$$r_o = \sqrt[n]{r_{o,poj.} \cdot d_{sr}^{n-1}} \qquad r_o = \sqrt[n]{n \cdot r_{o,poj.} \cdot R_T^{n-1}}$$

Rys. 2.11. Przewody wiązkowe linii 400 kV

Do dalszych obliczeń weźmy pod uwagę linię z wiązką trójprzewodową w układzie trójkąt równobocznego o boku  $d=40$  cm. Przewody są o przekroju  $350 \text{ mm}^2$ .

– obliczamy zastępczy promień wiązki trójprzewodowej według pierwszej metody

$$r_o = \sqrt[n]{r_{o,poj.} \cdot d_{sr}^{n-1}} = \sqrt[3]{1,2 \cdot 0,8 \cdot \sqrt{350/\pi} \cdot 400^2} = 117,48 \text{ mm}$$

według metody drugiej jest:

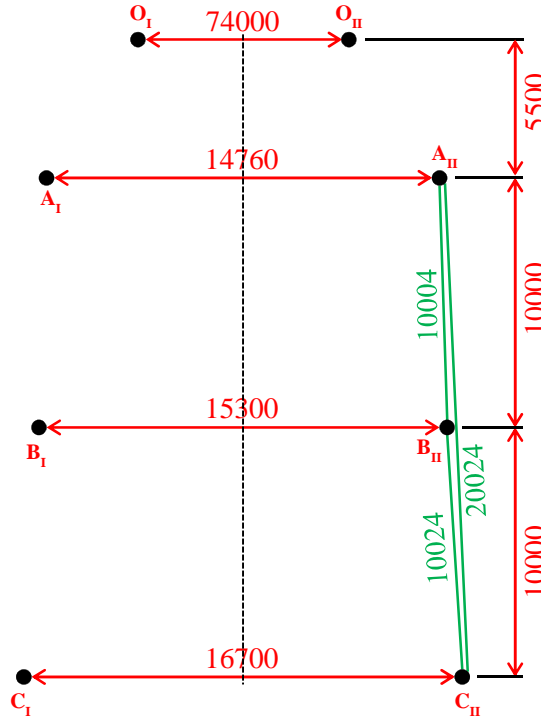
$$r_o = \sqrt[n]{n r_{o,poj.} \cdot R_T^{n-1}} = \sqrt[3]{3 \cdot 1,2 \cdot 0,8 \cdot \sqrt{350/\pi} \cdot \left(\frac{400}{\sqrt{3}}\right)^2} = 117,48 \text{ mm}$$

– promień zastępczy przewodu odgromowego, przy założeniu  $k_1=1,2$  oraz  $k_2=0,8$ , jest:

$$r_{o,odgr} = k_1 k_2 \sqrt{S/\pi} = 1,2 \cdot 0,80 \cdot \sqrt{120/\pi} = 5,93 \text{ mm}$$



- Obliczenia impedancji własnych i wzajemnych  $\underline{Z}$ ,  $\underline{M}$ , przewodów fazowych przy założeniu, że oba tory są takie same.
  - odległości między przewodami fazowymi pojedynczego toru są jak (Rys. 2.12)



Rys. 2.12. Odległości pomiędzy przewodami fazowymi toru I-go i II-giego

Średnia odległość pomiędzy przewodami fazowymi pojedynczego toru:

$$D_{sr} = \sqrt[3]{D_{ab} D_{ac} D_{bc}} = \sqrt[3]{10,004 \cdot 10,024 \cdot 20,024} = 12,62 \text{ m}$$

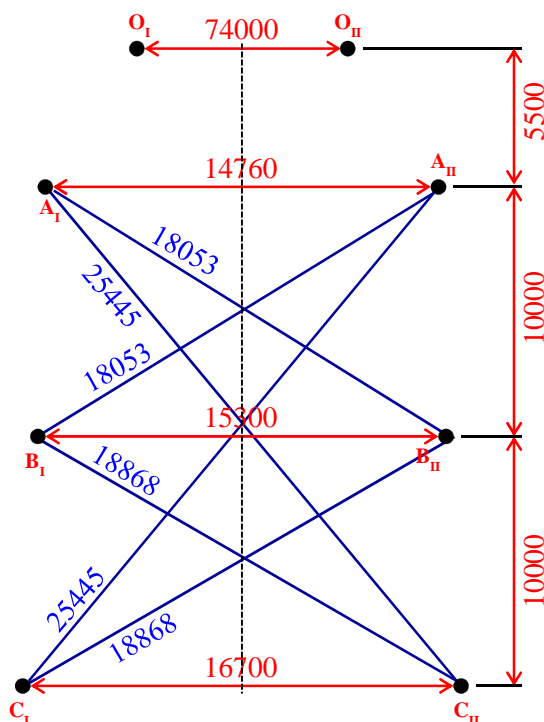
Impedancje  $\underline{Z}$ ,  $\underline{M}$  przewodów fazowych:

$$S = 350 \text{ mm}^2 \quad \gamma = 35 \text{ S m/mm}^2 \quad r_o = 117,48 \text{ mm} \quad D_{sr} = 12,62 \text{ m} \quad D_n = 930 \text{ m}$$

$$\begin{aligned} \underline{Z}' &= \left( \frac{1000}{\gamma \cdot S} \right) / n + 0,05 + j2\pi \cdot 10^{-2} \ln \frac{D_n}{r_o} \\ &= \left( \frac{1000}{35 \cdot 350} \right) / 3 + 0,05 + j2\pi \cdot 10^{-2} \ln \frac{930}{117,48 \cdot 10^{-3}} \\ &= (0,07721 + j0,56502) \Omega / \text{km} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \underline{M}' &= 0,5 + j2\pi \cdot 10^{-2} \ln \frac{D_n}{D_{sr}} \\ &= 0,05 + j2\pi \cdot 10^{-2} \ln \frac{930}{12,62} = (0,05000 + j0,27019) \Omega / \text{km} \end{aligned}$$

- Obliczenie impedancji wzajemnej  $\underline{w}$  między przewodami toru I-go i II-go
  - odległości między przewodami fazowymi poszczególnych torów są jak na (Rys. 2.13) (na czerwono zaznaczono wymiary słupa, a niebieski kolor oznacza odległości między przewodami obliczone z trójkątów):



Rys. 2.13. Odległości pomiędzy przewodami fazowymi toru I a II

Średnia odległość między przewodami fazowymi toru I-go i II-go:

$$D_M = \sqrt[9]{D_{A_1A_2} D_{A_1B_2} D_{A_1C_2} D_{B_1A_2} D_{B_1B_2} D_{B_1C_2} D_{C_1A_2} D_{C_1B_2} D_{C_1C_2}} =$$

$$= \sqrt[9]{14,76 \cdot 18,05 \cdot 25,45 \cdot 18,05 \cdot 15,30 \cdot 18,87 \cdot 24,45 \cdot 18,87 \cdot 16,70} = 18,73\text{m}$$

Impedancje wzajemna  $\underline{w}$  między przewodami toru I-go i II-giego:

$$\underline{w}' = 0,05 + j2\pi 10^{-2} \ln \frac{D_n}{D_M}$$

$$= 0,05 + j2\pi 10^{-2} \ln \frac{930}{18,73} = (0,0500j0,24537) \Omega/\text{km}$$

– Impedancje własne i wzajemne  $\underline{Q}$ ,  $\underline{N}$  przewodów odgromowych przy założeniu, że:

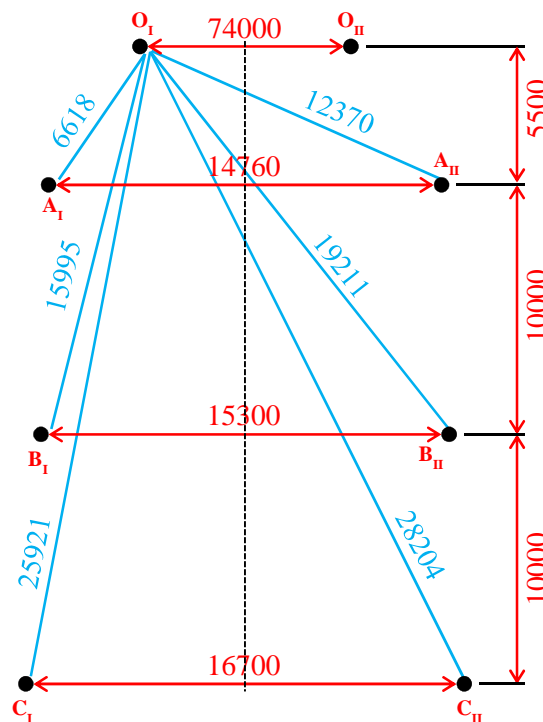
$$S = 120 \text{ mm}^2 \quad \gamma = 35 \text{ S m/mm}^2 \quad r_o = 5,93 \text{ mm} \quad D_{odgr.} = 7,4 \text{ m}$$

$$\begin{aligned} \underline{Q}' &= \left( \frac{1000}{\gamma \cdot S} \right) + 0,05 + j2\pi \cdot 10^{-2} \ln \frac{D_n}{r_{o,odgr}} \\ &= \left( \frac{1000}{35 \cdot 120} \right) + 0,05 + j2\pi \cdot 10^{-2} \ln \frac{930}{5,93 \cdot 10^{-3}} = (0,2881 + j0,75162) \Omega / \text{km} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \underline{N}' &= 0,05 + j2\pi \cdot 10^{-2} \ln \frac{D_n}{D_{odgr.}} \\ &= 0,05 + j2\pi \cdot 10^{-2} \ln \frac{2080}{7,4} = (0,0500 + j0,30371) \Omega / \text{km} \end{aligned}$$

– Obliczenie impedancji wzajemnej  $\underline{n}$  między przewodami odgromowymi a przewodami fazowymi

- odległości między przewodami odgromowymi a fazowymi poszczególnych torów są jak na (Rys. 2.14) (na czerwono zaznaczono wymiary słupa, a błękitny kolor oznacza odległości między przewodami odgromowymi a fazowymi obliczone z trójkątów).



Rys. 2.14. Odległości między przewodami odgromowymi a fazowymi

Średnia odległość między przewodami odgromowymi a fazowymi:

$$\begin{aligned} D_{odgr.-faz.} &= \sqrt[6]{D_{OIAI} \cdot D_{OIBI} \cdot D_{OICI} \cdot D_{OIAII} \cdot D_{OIBII} \cdot D_{OICII}} = \\ &= \sqrt[6]{6,62 \cdot 15,99 \cdot 25,92 \cdot 12,37 \cdot 19,21 \cdot 28,20} = 16,25 \text{ m} \end{aligned}$$

Impedancja wzajemna  $\underline{n}$  między przewodami odgromowymi a przewodami fazowymi przy przyjęciu odległości średniej  $D_{odgr.-faz.}=16,25$  m, jest:

$$\begin{aligned}\underline{n} &= 0,05 + j2\pi \cdot 10^{-2} \ln \frac{D_n}{D_{odgr.-faz.}} \\ &= 0,05 + j2 \cdot 10^{-2} \ln \frac{930}{16,25} = (0,0500 + j0,25430) \Omega / km\end{aligned}$$

Podsumowanie:

$$\begin{aligned}\underline{Z} &= (0,0772 + j0,5640) \Omega / km \\ \underline{M} &= (0,0500 + j0,2072) \Omega / km \\ \underline{w} &= (0,0500 + j0,2454) \Omega / km \\ \underline{O} &= (0,2881 + j0,7516) \Omega / km \\ \underline{N} &= (0,0500 + j0,3037) \Omega / km \\ \underline{n} &= (0,0500 + j0,2543) \Omega / km\end{aligned}$$

Współczynnik korygujący eliminację przewodów odgromowych:

$$\begin{aligned}\underline{\Delta W} &= \frac{2\underline{n}^2}{\underline{O} + \underline{N}} = \frac{2 \cdot (0,0500 + j0,2543)^2}{(0,2881 + j0,7516) + (0,0500 + j0,3037)} = \\ &= \frac{-0,12434 + j0,05086}{0,33810 + j1,05533} = \\ &= \frac{(-0,12434 + j0,05086) \cdot (0,3381 - j1,05533)}{1,22803} = \\ &= \frac{-0,011642627 + j0,14841}{1,22803} = (0,00948 + j0,12085) \Omega / km\end{aligned}$$

Należy teraz impedancje  $\underline{Z}$ ,  $\underline{M}$ ,  $\underline{w}$ , skorygować o obliczony współczynnik korygujący według wzoru:

$$\begin{aligned}\underline{Z}^{(skoryg.)} &= \underline{Z} - \underline{\Delta W} = (0,07721 + j0,56402) - (0,00948 + j0,12085) \\ &= (0,0677 + j0,4432) \Omega / km \\ \underline{M}^{(skoryg.)} &= \underline{M} - \underline{\Delta W} = (0,05000 + j0,27019) - (0,00948 + j0,12085) \\ &= (0,0405 + j0,1493) \Omega / km \\ \underline{w}^{(skoryg.)} &= \underline{w} - \underline{\Delta W} = (0,0500 + j0,24537) - (0,00948 + j0,12085) \\ &= (0,0405 + j0,1245) \Omega / km\end{aligned}$$

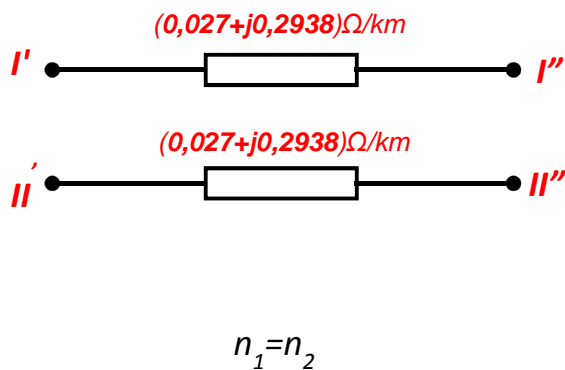
Impedancje zastępcze linii dla składowej zgodnej, przeciwnej i zerowej są:

$$\begin{aligned}\underline{Z}^{(1,2)} &= \underline{Z}^{(skoryg.)} - \underline{M}^{(skoryg.)} = (0,0677 + j0,4432) - (0,0405 + j0,1493) \\ &= (0,0272 + j0,2938) \Omega / km \\ \underline{Z}^{(0)} &= \underline{Z}^{(skoryg.)} + 2\underline{M}^{(skoryg.)} = (0,0677 + j0,4432) + 2 \cdot (0,0405 + j0,1493) \\ &= (0,1488 + j0,7418) \Omega / km \\ \underline{Z}_m &= 3\underline{w}^{(skoryg.)} = 3 \cdot (0,0405 + j0,1245) = (0,1216 + j0,3736) \Omega / km\end{aligned}$$

**Podsumowanie (2 torowa 400 kV z potrójnymi przewodami wiązkowymi i dwoma przewodami odgromowymi):**

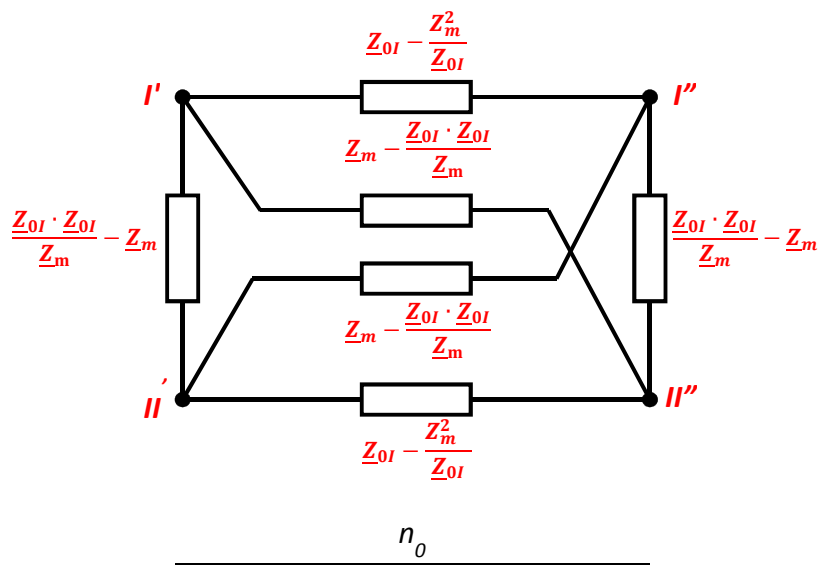
$$\begin{aligned} \underline{Z}^{(1,2)} &= (0,0272 + j0,2938) \Omega/\text{km} \\ \underline{Z}^{(0)} &= (0,1488 + j0,7418) \Omega/\text{km} \\ \underline{Z}_m &= (0,1216 + j0,3736) \Omega/\text{km} \end{aligned}$$

Schemat zastępczy linii dwutorowej z przewodami wiązkowymi i z uwzględnieniem przewodów odgromowych dla składowej i przeciwnej jest:



Rys. 2.15. Schemat zastępczy dla składowej zgodnej i przeciwnej

Dla składowej zerowej na wartościach ogólnych:



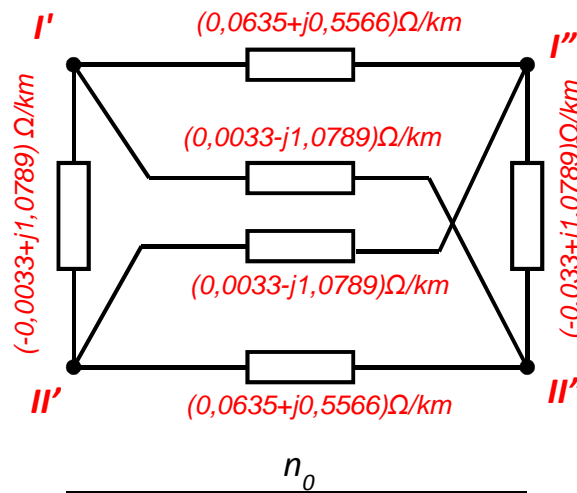
Rys. 2.16. Ogólny Schemat zastępczy impedancyjny linii dwutorowej dla składowej zerowej

Wartości liczbowe:

$$\begin{aligned} \underline{Z}_{0I} - \frac{\underline{Z}_m^2}{\underline{Z}_{0I}} &= (0,1488 + j0,7418) - \frac{(0,1216 + j0,3736)^2}{(0,1488 + j0,7418)} = (0,1488 + j0,7418) - \frac{-0,1248 + j0,0908}{(0,1488 + j0,7418)} \\ &= (0,1488 + j0,7418) - \frac{(-0,1248 + j0,0908) \cdot (0,1488 - j0,7418)}{0,5725} = \\ &= (0,1488 + j0,7418) - \frac{0,0488 + j0,1061}{0,5725} = (0,1488 + j0,7418) - (0,8528 + j0,18528) \\ &= (0,0635 + j0,5566) \Omega/\text{km} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \underline{Z}_m - \frac{\underline{Z}_{0I} \cdot \underline{Z}_{0II}}{\underline{Z}_m} &= (0,1216 + j0,3736) - \frac{(0,1488 + j0,7418) \cdot (0,1488 + j0,7418)}{(0,1216 + j0,3736)} = \\ &= (0,1216 + j0,3736) - \frac{(-0,5282 + j0,2207) \cdot (0,1216 - j0,3736)}{0,15432} = \\ &= (0,1216 + j0,3736) - \frac{0,01825 + j0,22415}{0,15432} = \\ &= (0,1216 + j0,3736) - (0,11824 + j1,45245) = (0,0033 - j1,0789) \Omega/\text{km} \end{aligned}$$

Schemat zastępczy dla składowej zerowej z wartościami liczbowymi:



Rys. 2.17 Wartości liczbowe schematu zastępczego linii dla składowej zerowej

### 2.4.1. Obliczenia linii dwutorowej 400 kV z trzema przewodami w wiązce i z uwzględnieniem przewodów odgromowych ale bez uwzględnienia rezystancji

W obliczeniach zwarciovych dla sieci przesyłowej pomijane są rezystancje, tak więc schemat zastępczy dla składowej zgodnej przeciwnej i zerowej linii przesyłowej będzie się składał wyłącznie z reaktancji. Obliczenia reaktancji dokonuje się pomijając w obliczeniach współczynników impedancyjnych  $\underline{Z}$ ,  $\underline{M}$ ,  $\underline{w}$  oraz  $\underline{n}$ ,  $\underline{O}$ ,  $\underline{N}$  członów rezystancyjnych.

- reaktancje własne i wzajemne  $\underline{Z}$ ,  $\underline{M}$  przewodów fazowych przy założeniu, że oba tory są takie same oraz że:

$$S = 350 \text{ mm}^2 \quad \gamma = 35 \text{ S m/mm}^2 \quad r_o = 117,48 \text{ mm} \quad D_{sr} = 12,62 \text{ m} \quad D_n = 930 \text{ m}$$

$$\underline{Z}' = j2\pi \cdot 10^{-2} \ln \frac{D_n}{r_o} = 2\pi \cdot 10^{-2} \ln \frac{930}{117,48 \cdot 10^{-3}} = j0,56402 \Omega / \text{km}$$

$$\underline{M}' = j2\pi \cdot 10^{-2} \ln \frac{D_n}{D_{sr}} = j2\pi \cdot 10^{-2} \ln \frac{930}{12,62} = j0,27019 \Omega / \text{km}$$

- reaktancja wzajemna  $\underline{w}$  między przewodami toru I-go i II-go (odległość średnia między przewodami jest  $D_M = 18,73 \text{ m}$ ):

$$\underline{w}' = j2\pi \cdot 10^{-2} \ln \frac{D_n}{D_M} = j2\pi \cdot 10^{-2} \ln \frac{930}{18,73} = j0,24537 \Omega / \text{km}$$

- reaktancje własne i wzajemne  $\underline{O}$ ,  $\underline{N}$  przewodów odgromowych przy założeniu, że:

$$S = 120 \text{ mm}^2 \quad \gamma = 35 \text{ S m/mm}^2 \quad r_o = 5,93 \text{ mm} \quad D_{odgr.} = 7,40 \text{ m}$$

$$\underline{O}' = j2\pi \cdot 10^{-2} \ln \frac{D_n}{r_o} = j2\pi \cdot 10^{-2} \ln \frac{930}{5,93 \cdot 10^{-3}} = j0,75162 \Omega / \text{km}$$

$$\underline{N}' = j2\pi \cdot 10^{-2} \ln \frac{D_n}{D} = j2 \cdot 10^{-2} \ln \frac{930}{7,40} = j0,30371 \Omega / \text{km}$$

- reaktancja wzajemna  $\underline{n}$  między przewodami odgromowymi a przewodami fazowymi przy przyjęciu odległości średniej  $D_{odgr.-faz.} = 16,25 \text{ m}$  jest:

$$\underline{n} = j2\pi \cdot 10^{-2} \ln \frac{D_n}{D_{odgr.-faz.}} = j2\pi \cdot 10^{-2} \ln \frac{930}{16,25} = j0,25430 \Omega / \text{km}$$

Podsumowanie:

$$\begin{aligned} \underline{Z} &= j0,5640 \Omega / \text{km} \\ \underline{M} &= j0,2702 \Omega / \text{km} \\ \underline{w} &= j0,2454 \Omega / \text{km} \\ \underline{O} &= j0,7516 \Omega / \text{km} \\ \underline{N} &= j0,3037 \Omega / \text{km} \\ \underline{n} &= j0,2543 \Omega / \text{km} \end{aligned}$$

Współczynnik korygujący eliminację przewodów odgromowych:

$$\underline{\Delta W} = \frac{2n^2}{\underline{O} + \underline{N}} = \frac{2 \cdot 0,2543^2}{0,7516 + 0,3037} = j0,12256 \text{ } \Omega / km$$

Należy teraz reaktancje  $\underline{Z}$ ,  $\underline{M}$ ,  $\underline{w}$ , skorygować o obliczony współczynnik korygujący:

$$\underline{Z}^{(skoryg.)} = \underline{Z} - \underline{\Delta W} = j0,56402 - j0,12256 = j0,4415 \Omega / km$$

$$\underline{M}^{(skoryg.)} = \underline{M} - \underline{\Delta W} = j0,27019 - j0,12256 = j0,1476 \Omega / km$$

$$\underline{w}^{(skoryg.)} = \underline{w} - \underline{\Delta W} = 0,24537 - 0,12256 = 0,1228 \Omega / km$$

Reaktancje zastępcze linii dla składowej zgodnej, przeciwnej i zerowej są:

$$\underline{Z}_{(1,2)} = \underline{Z}^{(skoryg.)} - \underline{M}^{(skoryg.)} = j0,4415 - j0,1476 = j0,2938 \text{ } \Omega / km$$

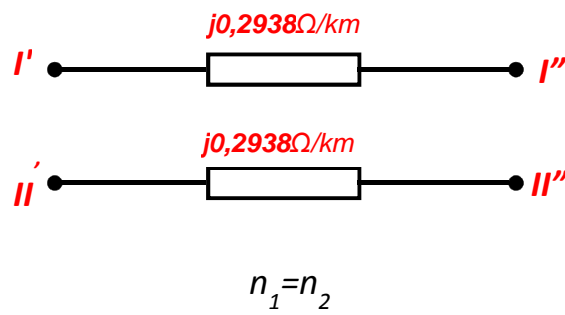
$$\underline{Z}_{(0)} = \underline{Z}^{(skoryg.)} + 2\underline{M}^{(skoryg.)} = j0,4415 + 2 \cdot j0,1476 = j0,7367 \Omega / km$$

$$\underline{Z}_m = 3\underline{w}^{(skoryg.)} = 3 \cdot j0,1228 = j0,3684 \text{ } \Omega / km$$

$$\underline{Z}_{0I} - \frac{\underline{Z}_m^2}{\underline{Z}_{0I}} = 0,7367 - \frac{0,3684^2}{0,7367} = 0,5525 \text{ } \Omega / km$$

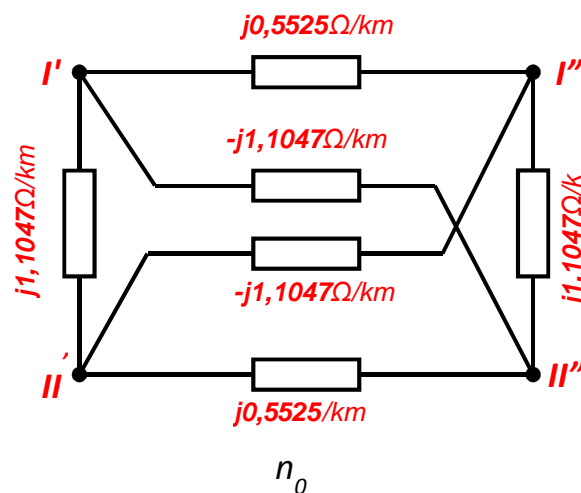
$$\underline{Z}_m - \frac{\underline{Z}_{0I} \cdot \underline{Z}_{0II}}{\underline{Z}_m} = 0,3684 - \frac{0,7367 \cdot 0,7367}{0,3684} = -1,1047 \text{ } \Omega / km$$

Schemat zastępczy linii dwutorowej z przewodami wiązkowymi i z uwzględnieniem przewodów odgromowych dla składowe i przeciwnej jest:



Rys. 2.18 Schemat zastępczy dla składowej zgodnej i przeciwnej

Dla składowej zerowej:



Rys. 2.19 Schemat zastępczy impedancyjny linii dwutorowej dla składowej zerowej



### 3. Upływności poprzeczne mocy czynnej linii

Upływności mocy czynnej linii przez izolatory są zazwyczaj pomijane, niekiedy jednak rozważa się upływności wywołane stratami ulotowymi, jednak występują one wyraźnie przy bardzo wilgotnym powietrzu. O tym czy ulot wystąpi czy nie, decyduje napięcie krytyczne  $U_{fkr}$  wyrażające się wzorem empirycznym (3.3):

$$U_{fkr} = 48,9 \cdot m_p \cdot m_a \cdot \delta_a \cdot r_p \cdot \lg \frac{D_{sr}}{r_p} \quad (3.1)$$

w którym:

$m_p$  - współczynnik zależny od stanu powierzchni przewodu; ( $m_p = 0.83 - 0.87$  dla linek),

$m_a$  - współczynnik zależy od gęstości powietrza; ( $m_a = 1$  dla dobrej pogody,  $m_a = 0.8$  dla wilgotnego powietrza),

$\delta_a$  - współczynnik zależy od ciśnienia powietrza i temperatury; ( $\delta_a = 1$  dla warunków normalnych na terenach płaskich).

$$\delta_a = \frac{0.302 P_a}{273 + T}$$

przy czym:

$P_a$  - ciśnienie w hPa,

$T$  - temperatura powietrza w °C.

Jeśli  $U_{fkr} < U_{fazowe}$  to występuje zjawisko ulotu, które wywołuje straty mocy czynnej określonej wzorem Peeka (3.2):

$$\Delta P'_{ulf} = 0,8 \sqrt{\frac{r}{D_{sr}}} (U_f - U_{fkr})^2 \quad [kW/km] \quad (3.2)$$

gdzie:

$r$  - promień przewodu, m,

$D$  - odległość między przewodami, m,

$U_f$  - napięcie fazowe, kV.

Można teraz określić konduktancję poprzeczną odwzorowującą straty na ulot (4.1):

$$G'_{nap} = \frac{\Delta P'_{ulf}}{U_f^2} 10^3 \quad [\mu S / km] \quad (3.3)$$

W kablach występuje strata mocy w dielektryku, którą oblicza się na podstawie wzoru (3.4):

$$\Delta P'_{fk} = U_f^2 \cdot \omega \cdot C \cdot \operatorname{tg} \delta \cdot 10^{-3} \quad [kW/km] \quad (3.4)$$

gdzie:

$C$  - pojemność jednego przewodu,

$\operatorname{tg} \delta$  - kąt stratności dielektryka.

Parametry  $C$ ,  $\operatorname{tg} \delta$  są podawane w katalogach kabli. Konduktancję poprzeczną określa się podobnie jak w przypadku linii napowietrznej ze wzoru (3.5):

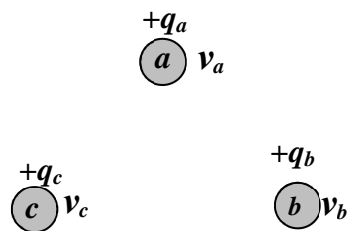
$$G'_{kbl} = \frac{\Delta P'_{fk}}{U_f^2} 10^3 \quad [\mu S / km] \quad (3.5)$$

#### 4. Pojemności linii

W liniach wysokiego napięcia należy uwzględniać pojemności. Zakłada się, że pojemności te są skupione w węzłach na obu krańcach linii. Wyjściową zależnością do wyznaczania pojemności jest równanie typu:

$$\begin{aligned} v_a &= \eta \cdot q_a + \gamma \cdot q_b + \gamma \cdot q_c \\ v_b &= \gamma \cdot q_a + \eta \cdot q_b + \gamma \cdot q_c \\ v_c &= \gamma \cdot q_a + \gamma \cdot q_b + \eta \cdot q_c \end{aligned} \quad (4.1)$$

które wynika z tego, że potencjał na przewodzie na przykład fazy *a* zależy od wartości ładunku elektrycznego umieszczonego na przewodzie fazy *a*, a także od ładunków znajdujących się na przewodach sąsiednich *b*, *c*, jak na (Rys. 4.1).



Rys. 4.1. Linia jednotorowa bez przewodów odgromowych

Relację (4.1) można przedstawić w postaci macierzowej

$$\begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \eta & \gamma & \gamma \\ \gamma & \eta & \gamma \\ \gamma & \gamma & \eta \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} q_a \\ q_b \\ q_c \end{bmatrix}$$

albo krócej:

$$\mathbf{V} = \mathbf{K} \cdot \mathbf{Q} \quad (4.2)$$

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} \eta & \gamma & \gamma \\ \gamma & \eta & \gamma \\ \gamma & \gamma & \eta \end{bmatrix}$$

Współczynniki  $\eta$ ,  $\gamma$  będące elementami macierz  $\mathbf{K}$  są odwrotnościami pojemności:

$$C = \frac{q}{v} = \frac{1}{\eta} \rightarrow v = q \cdot \eta$$

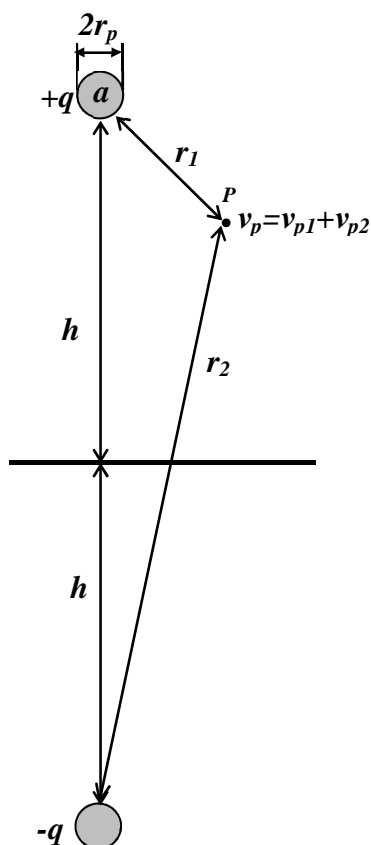
i można je wyznaczyć z parametrów konstrukcyjnych linii. Współczynniki macierz  $\mathbf{K}$  wyznacza się bezpośrednio z wymiarów geometrycznych i stałych materiałowych pojedynczych obwodów. Mają one wymiar  $1/F$  i noszą nazwę współczynników Maxwella. Linie elektroenergetyczną stanowią trzy przewody walcowe zawieszane na pewnej wysokości  $H$  nad ziemią, którą można traktować jako płaską elektrodę, (1.30).

Współczynniki  $\eta$   $\gamma$  wyznacza się z ilorazów:

$$\eta = \frac{v_a}{q_a}, \quad \gamma = \frac{v_b}{q_a}$$

przy założeniu, że  $q_b = q_c = 0$ . Oznacza to, że  $\eta$  to iloraz potencjału  $v_a$  na przewodzie **a** do ładunku  $q_a$  umieszczonym na przewodzie **a**, natomiast współczynnik  $\gamma$  jest ilorazem potencjału  $v_b$  na przewodzie **b** wywołany ładunkiem umieszczonym na przewodzie **a** do wartości tego ładunku  $q_a$ .

Układ przewodów fazowy traktowany jako przewód walcowy i ziemia traktowana jako elektroda płaska można zastąpić na zasadzie lustrzanego odbicia układem dwóch elektrod walcowych, (Rys. 4.2).



Rys. 4.2. Zasada lustrzanego odbicia.

Aby wyznaczyć współczynnik  $\eta$  należy znaleźć zależność potencjału  $v_a$  od ładunku  $q_a$  w układzie dwóch elektrod walcowych. Potencjał  $v_P$  w punkcie P jest sumą potencjału  $v_{p1}$  pochodzącego od ładunku  $+q$  umieszczonego na przewodzie fazowym i potencjału  $v_{p2}$  pochodzącego od ładunku  $-q$  umieszczonego na przewodzie wynikającym z zasady lustrzanego odbicia. Potencjał na przykład  $v_{p1}$  z definicji oblicza się jako całkę oznaczoną:

$$v_{p1} = \int_{r_1}^{\infty} E \, dr \quad (4.3)$$

Natężenie pola elektrostatycznego  $E$  w dowolnym punkcie  $P$  oblicza się z twierdzenia Gaussa:

$$\psi = \oint \epsilon E ds = q$$

stąd

$$\epsilon E \oint ds = \epsilon E 2\pi r l = +q$$

czyli natężenie pola elektrostatycznego jest:

$$E = \frac{q}{\epsilon 2\pi r l}$$

Po podstawieniu do (4.3) otrzymuje się wzór na potencjał w punkcie  $P$  pochodzącym od ładunku umieszczonego na przewodzie fazowym:

$$v_{p1} = \int_{r_1}^{\infty} \frac{q}{\epsilon 2\pi r_1 l} dr = -\frac{q}{\epsilon 2\pi l} \ln r_1$$

Podobnie potencjał od lustrzanego odbicia jest:

$$v_{p2} = \frac{q}{\epsilon 2\pi l} \ln r_2$$

Łączny potencjał w punkcie  $P$  jest:

$$v_p = v_{p1} + v_{p2} = \frac{q}{\epsilon 2\pi l} (-\ln r_1 + \ln r_2)$$

czyli:

$$v_p = \frac{q}{\epsilon 2\pi l} \ln \frac{r_2}{r_1} \quad (4.4)$$

$$v_p = v_{p1} + v_{p2} = \frac{q}{\epsilon 2\pi l} (-\ln r_1 + \ln r_2) = \frac{q}{\epsilon 2\pi l} \ln \frac{r_2}{r_1}$$

Przechodząc z punktem  $P$  na powierzchnię przewodu, potencjał  $v_a$  na przewodzie fazowym po umieszczeniu na tym przewodzie ładunku  $q_a$  jest:

$$v_a = \frac{q_a}{\epsilon 2\pi l} \ln \frac{2h}{r_p}$$

( $r_2 = 2h$ ,  $r_1 = r_p$ ,  $h$  - wysokość zawieszenia przewodu,  $r$  - promień przewodu).

Współczynnik jednostkowy  $\eta'$  (na kilometr długości linii) jest:

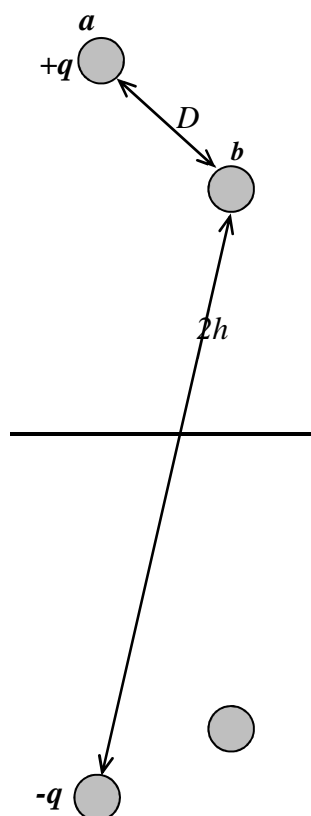
$$\eta' = \frac{v_a}{q_a} = \frac{1}{\epsilon 2\pi \cdot 1000} \ln \frac{2h}{r_p} = 18 \ln \frac{2h}{r_p} = \frac{1}{C'_{aa}}, [km/\mu F]$$

przy czym ( $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} F/m$ ).

Współczynnik  $\gamma$  wyznacza się z ilorazu:

$$\gamma = \frac{v_b}{q_a} \quad \text{pod warunkiem } q_b = q_c = 0.$$

Układ elektrod: dwa przewody i ziemia zastępuje się układem czterech elektrod walcowych na zasadzie lustrzanego odbicia, (Rys. 4.3).



Rys. 4.3. Lustrzane odbicie dwóch przewodów

Potencjał na powierzchni przewodu b jest dany zgodnie ze wzorem (4.4).

$$v_b = \frac{q_a}{\varepsilon 2\pi l} \ln \frac{2h}{D}$$

Zatem współczynnik jednostkowy  $\gamma'$  (na 1km długości linii) wynosi:

$$\gamma' = \frac{v_b}{q_a} = \frac{1}{\varepsilon 2\pi \cdot 1000} \ln \frac{2h}{D} = 18 \ln \frac{2h}{D} = \frac{1}{C'_{ab}}, [km/\mu F]$$

W przypadku występowania przewodów wiązkowych, przewodów odgromowych i linii wielotorowych zależność wyjściowa  $\mathbf{v} = \mathbf{K} \mathbf{Q}$ , ma odpowiednio większy wymiar, ale poszczególne elementy macierzy  $\mathbf{K}$  wyznacza się w ten sam sposób.

Do zależności  $\mathbf{v} = \mathbf{K} \mathbf{Q}$  stosuje się przekształcenie (0,1,2), diagonalizujące macierz  $\mathbf{K}$ :

$$\mathbf{S} \cdot \mathbf{V} = \mathbf{S} \cdot \mathbf{K} \cdot \mathbf{S}^{-1} \cdot \mathbf{S} \cdot \mathbf{Q}$$

$$\mathbf{V}_S = \mathbf{K}_S \cdot \mathbf{Q}_S$$

$$\mathbf{K}_S = \mathbf{S} \mathbf{K} \mathbf{S}^{-1}$$

$$\mathbf{K}_S = \underline{\mathbf{S}} \cdot \mathbf{K} \cdot \underline{\mathbf{S}}^{-1}$$

i podobnie jak diagonalizacja macierzy  $\underline{\mathbf{Z}}$  prowadzi to do następującego wyniku:

$$k_o = \eta + 2\gamma = \frac{1}{C_0}$$

$$k_1 = k_2 = \eta - \gamma = \frac{1}{C_1}$$

$$k_o = \eta + 2\gamma = \frac{1}{C_0}$$

$$k_1 = k_2 = \eta - \gamma = \frac{1}{C_1}$$

Przejście do postaci admitancyjnej:  $\mathbf{Q}_S = \mathbf{K}_S^{-1} \cdot \mathbf{V}_S$  daje:

$$\begin{bmatrix} q_0 \\ q_1 \\ q_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\eta + 2\gamma)^{-1} & & \\ & (\eta - \gamma)^{-1} & \\ & & (\eta - \gamma)^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_0 \\ v_1 \\ v_2 \end{bmatrix}$$

co można zapisać krótko:

$$\mathbf{Q}_S = \mathbf{C}_S \cdot \mathbf{V}_S$$

Po zróżnicowaniu względem czasu otrzymuje się:

$$\frac{d}{dt} \mathbf{Q}_S = \mathbf{C}_S \frac{d}{dt} \mathbf{V}_S$$

wobec czego przy wymuszeniach sinusoidalnych jest:

$$\mathbf{I}_S = j\omega \mathbf{C}_S \cdot \mathbf{V}_S$$

Macierz  $\mathbf{C}_S$  składa się z pojemności zerowej, zgodnej i przeciwnej:  $C_0, C_1, C_2$  określonymi wzorami:

$$\eta' = 18 \ln \frac{2h}{r_p} \text{ [km/}\mu\text{F]}$$

$$\gamma' = 18 \ln \frac{2h}{D} \text{ [km/}\mu\text{F]}$$

$$C_1' = C_2' = \frac{1}{\eta' - \gamma'} = \frac{1}{\left(18 \cdot \ln \frac{2h}{r_p}\right) - \left(18 \cdot \ln \frac{2h}{D_{sr}}\right)} = \frac{1}{18 \cdot \ln \frac{D_{sr}}{r_p}} \text{ [km/}\mu\text{F]}$$

Pojemność dla składowej zerowej:

$$C_0' = \frac{1}{\eta' + 2\gamma'} = \frac{1}{\left(18 \cdot \ln \frac{2h}{r_p}\right) + 2 \cdot \left(18 \cdot \ln \frac{2h}{D_{sr}}\right)} = \frac{1}{18 \cdot \ln \frac{8h^3}{r_p D^2}} \text{, } \mu\text{F / km}$$

W praktyce operuje się susceptancją:

$$B = \frac{1}{X_C} = \frac{1}{\frac{1}{-j\omega C}} = j2\pi f \cdot C$$

a więc stosuje się wzory (4.5):

$$B_1' = B_2' = \frac{j2 \pi f}{18 \cdot \ln \frac{D_{sr}}{r_p}}$$

$$B_0' = \frac{j2 \pi f}{18 \cdot \ln \frac{8h^3}{r_p D_{sr}^2}}$$

(4.5)

w których:

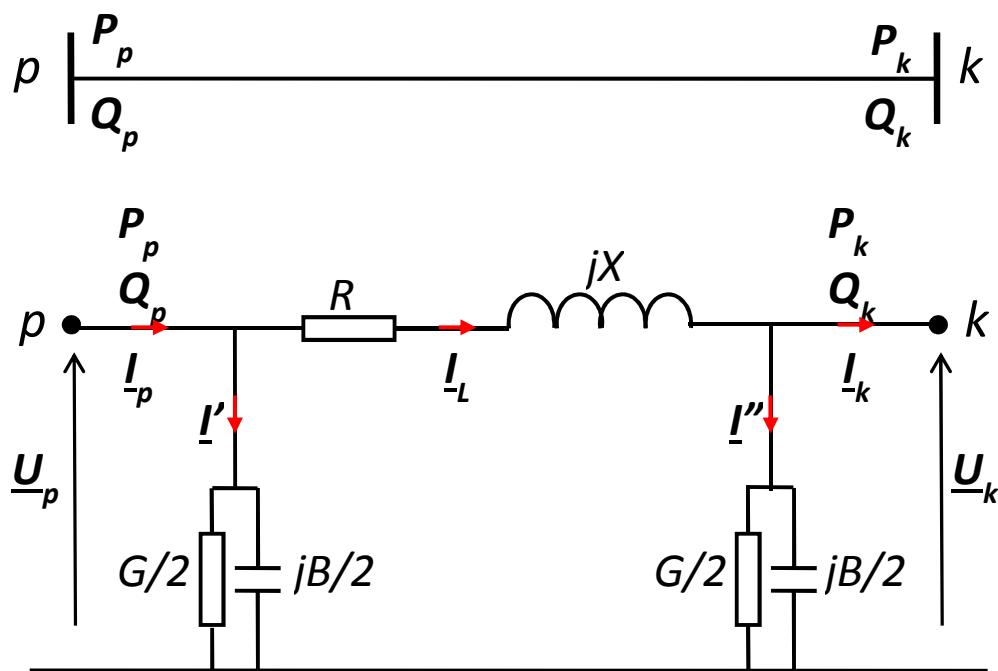
$h$  – średnia wysokość zawieszenia przewodów, m,

$D_{sr}$  – średni odstęp między przewodami, m,

$r_p$  – promień przewodu, m.

Typowe wartości:  $B_1' = 2.7 \mu S / km$ ,  $B_0' = 1.5 \mu S / km$ . Podane wartości i wzory dotyczą linii jednotorowych. W przypadku linii kablowych pojemności są znacznie większe, od 30 do 100 razy większe niż w liniach napowietrznych. Wartości te należy brać z katalogu producenta.

## 5. Schemat zastępczy linii do obliczeń stanów ustalonych


 Rys. 5.1. Schemat zastępczy linii – czwórnik typu  $\pi$ 

Schemat zastępczy linii zawiera parametry impedancyjne linii:

- rezystancję  $R$  wynikającą z przekroju przewodu i materiału z jakiego wykonane są przewody,
- reaktancję  $X$  wynikającą z oddziaływania pola elektromagnetycznego wytworzonego przez prądy płynące w przewodach,
- susceptancję  $B/2$  (pojemność) wynikającą ze zdolności gromadzenia ładunku elektrycznego na przewodach
- konduktancji poprzecznej  $G/2$  wynikającą z ulotu i prądów ‘skrośnych’ przez izolację linii – najczęściej te zjawiska są pomijane.

Jeśli linia jest włączona to w węzłach krańcowych  $p$ ,  $k$  są przyłożone napięcia  $\underline{U}_p$ ,  $\underline{U}_k$  (wartości zespolone) i popłyną prądy. Jak widać na schemacie z (Rys. 5.1) występują prądy wchodzące do linii  $\underline{I}_p$  oraz  $\underline{I}_k$ , a ponadto prądy poprzeczne  $\underline{I}'$  oraz  $\underline{I}''$  (wartości zespolone). Tak więc w linii można wyróżnić pięć prądów i ze względu na prądy poprzeczne wartości prądu wpływającego do linii  $\underline{I}_p$  są różne od prądów wypływających z linii  $\underline{I}_k$ .

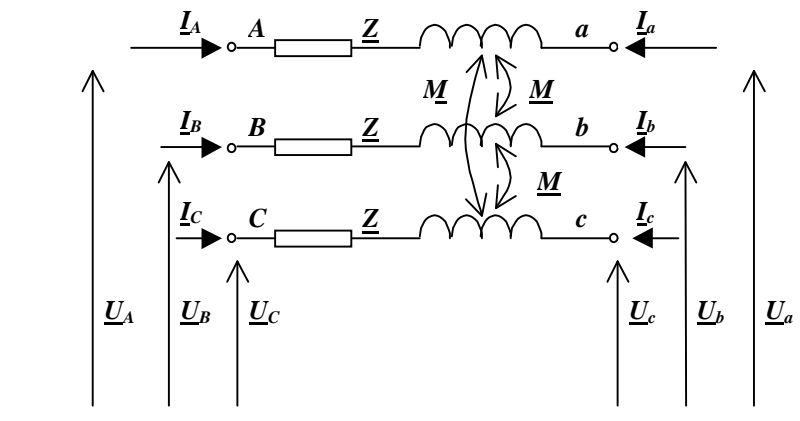
W praktyce nie wszystkie wartości napięć i prądów można zmierzyć. Urządzenia pomiarowe mogą zmierzyć:

- moduły napięć  $U_p$ ,  $U_k$  na początku i końcu linii (kątów napięć nie da się pomierzyć)
- moduły prądów  $I_p$  oraz  $I_k$
- moce czynne i bierne  $P_p$ ,  $Q_p$ ,  $P_k$ ,  $Q_k$  wpływające i wypływające z linii.



## 6. Model admitancyjny linii w układzie fazowym

Z praktycznego punktu widzenia modelem linii elektroenergetycznej jest zbiór relacji pomiędzy napięciami i prądami na krańcach linii, jak na (Rys. 6.1).



Rys. 6.1. Model fazowy linii

Z praw elektrotechniki można ułożyć następujący zestaw równań:

$$\begin{aligned}
 U_A - U_a &= Z \cdot I_A + M \cdot I_B + M \cdot I_C \\
 U_B - U_b &= M \cdot I_A + Z \cdot I_B + M \cdot I_C \\
 U_C - U_c &= M \cdot I_A + M \cdot I_B + Z \cdot I_C \\
 I_A &= -I_a \\
 I_B &= -I_b \\
 I_C &= -I_c
 \end{aligned} \tag{6.1}$$

Wprowadzając oznaczenia:

$$\underline{U}' = \begin{bmatrix} U_A \\ U_B \\ U_C \end{bmatrix} \quad \underline{U}'' = \begin{bmatrix} U_a \\ U_b \\ U_c \end{bmatrix} \quad \underline{I}' = \begin{bmatrix} I_A \\ I_B \\ I_C \end{bmatrix} \quad \underline{I}'' = \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix}$$

Zatem relacja (6.1) jest:

$$\begin{aligned}
 \underline{U}' - \underline{U}'' &= \underline{Z} \cdot \underline{I}' \\
 \underline{I}'' &= -\underline{I}'
 \end{aligned}$$

a po wymnożeniu pierwszego równania przez  $\underline{Y} = \underline{Z}^{-1}$  otrzymuje się:

$$\begin{aligned}
 \underline{I}' &= \underline{Y} \cdot \underline{U}' - \underline{Y} \cdot \underline{U}'' \\
 \underline{I}'' &= -\underline{Y} \cdot \underline{U}' + \underline{Y} \cdot \underline{U}''
 \end{aligned}$$

co można przedstawić w postaci:

$$\begin{bmatrix} \underline{I}' \\ \underline{I}'' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{Y} & -\underline{Y} \\ -\underline{Y} & \underline{Y} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{U}' \\ \underline{U}'' \end{bmatrix} \tag{6.2}$$

Relacja (6.2) jest modelem matematycznym trójfazowej linii elektroenergetycznej wyrażonym we współrzędnych fazowych, bowiem napięcia i prądy w tej relacji to są wielkości bezpośrednio „mierzone” na krańcach linii. Należy pamiętać, że chodzi tu o

wielkości prądów i napięć wyrażone w postaci liczb zespolonych. Stosując przekształcenie składowych symetrycznych do relacji (6.2):

$$\begin{aligned} \underline{S} \cdot \underline{I}' &= \underline{S} \cdot \underline{Y} \cdot \underline{S}^{-1} \cdot \underline{S} \cdot \underline{U}' - \underline{S} \cdot \underline{Y} \cdot \underline{S}^{-1} \cdot \underline{S} \cdot \underline{U}'' \\ \underline{S} \cdot \underline{I}'' &= -\underline{S} \cdot \underline{Y} \cdot \underline{S}^{-1} \cdot \underline{S} \cdot \underline{U}' + \underline{S} \cdot \underline{Y} \cdot \underline{S}^{-1} \cdot \underline{S} \cdot \underline{U}'' \end{aligned}$$

otrzyma się model wyrażony w składowych symetrycznych, który będzie miał postać relacji macierzowej:

$$\begin{bmatrix} \underline{I}'_s \\ \underline{I}''_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{Y}_s & -\underline{Y}_s \\ -\underline{Y}_s & \underline{Y}_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{U}'_s \\ \underline{U}''_s \end{bmatrix} \quad (6.3)$$

Przypomnieć należy, że macierz  $\underline{Y}_s$  jest macierzą diagonalną zatem relacja (6.3) w postaci pełnej jest:

$$\begin{bmatrix} \underline{I}'_0 \\ \underline{I}'_1 \\ \underline{I}'_2 \\ \underline{I}''_0 \\ \underline{I}''_1 \\ \underline{I}''_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{Y}_0 & 0 & 0 & -\underline{Y}_0 & 0 & 0 \\ 0 & \underline{Y}_1 & 0 & 0 & -\underline{Y}_1 & 0 \\ 0 & 0 & \underline{Y}_2 & 0 & 0 & -\underline{Y}_2 \\ -\underline{Y}_0 & 0 & 0 & \underline{Y}_0 & 0 & 0 \\ 0 & -\underline{Y}_1 & 0 & 0 & \underline{Y}_1 & 0 \\ 0 & 0 & -\underline{Y}_2 & 0 & 0 & \underline{Y}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{U}'_0 \\ \underline{U}'_1 \\ \underline{U}'_2 \\ \underline{U}''_0 \\ \underline{U}''_1 \\ \underline{U}''_2 \end{bmatrix}$$

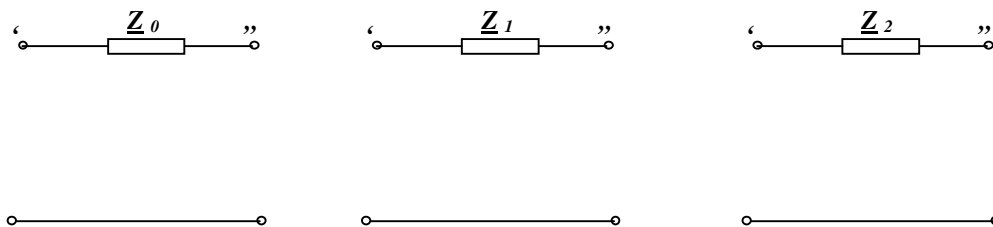
co można przedstawić w postaci trzech oddzielnych równań macierzowych:

$$\begin{bmatrix} \underline{I}'_0 \\ \underline{I}''_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{Y}_0 & -\underline{Y}_0 \\ -\underline{Y}_0 & \underline{Y}_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{U}'_0 \\ \underline{U}''_0 \end{bmatrix} \quad (6.4)$$

$$\begin{bmatrix} \underline{I}'_1 \\ \underline{I}''_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{Y}_1 & -\underline{Y}_1 \\ -\underline{Y}_1 & \underline{Y}_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{U}'_1 \\ \underline{U}''_1 \end{bmatrix} \quad (6.5)$$

$$\begin{bmatrix} \underline{I}'_2 \\ \underline{I}''_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{Y}_2 & -\underline{Y}_2 \\ -\underline{Y}_2 & \underline{Y}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{U}'_2 \\ \underline{U}''_2 \end{bmatrix} \quad (6.6)$$

Macierzom (6.4)-(6.6) odpowiadają schematy zastępcze jak na (Rys. 6.2).



Rys. 6.2. Model linii w składowych symetrycznych

Przykład obliczeń

Przyjmując że wartości jednostkowa impedancji własnej linii przy pominięciu rezystancji wynosiła  $\underline{Z} = j0.754 \Omega/\text{km}$ , zaś współczynnik  $\underline{M} = j0.318 \Omega/\text{km}$  (jak w przykładzie 1.1.) i zakładając, że linia ma  $1\text{km}$  długości, macierz współczynników  $\underline{Z}$  jest:

$$\underline{Z} = j \begin{bmatrix} 0,754 & 0,318 & 0,318 \\ 0,318 & 0,754 & 0,318 \\ 0,318 & 0,318 & 0,754 \end{bmatrix}_{\Omega}$$

Inwersja macierzy  $\underline{Z}$  daje:

$$\underline{Z}^{-1} = -j \begin{bmatrix} 1,76886 & -0,52472 & -0,52472 \\ -0,2472 & 1,76886 & -0,52472 \\ -0,52472 & -0,52472 & 1,76886 \end{bmatrix}_S = \underline{Y} = \begin{bmatrix} \underline{y} & \underline{y}' & \underline{y}' \\ \underline{y}' & \underline{y} & \underline{y}' \\ \underline{y}' & \underline{y}' & \underline{y} \end{bmatrix}$$

czyli:

$$\underline{Y}_0 = \underline{y} + 2\underline{y}' = -j(1,76886 - 2 \cdot 0,52472) = -j0,71942S$$

$$\underline{Y}_1 = \underline{y} - \underline{y}' = -j(1,76886 + 0,52472) = -j2,29358S$$

tak więc:

$$\underline{Z}_0 = \frac{1}{\underline{Y}_0} = \frac{1}{-j0,71942} = j1,390\Omega$$

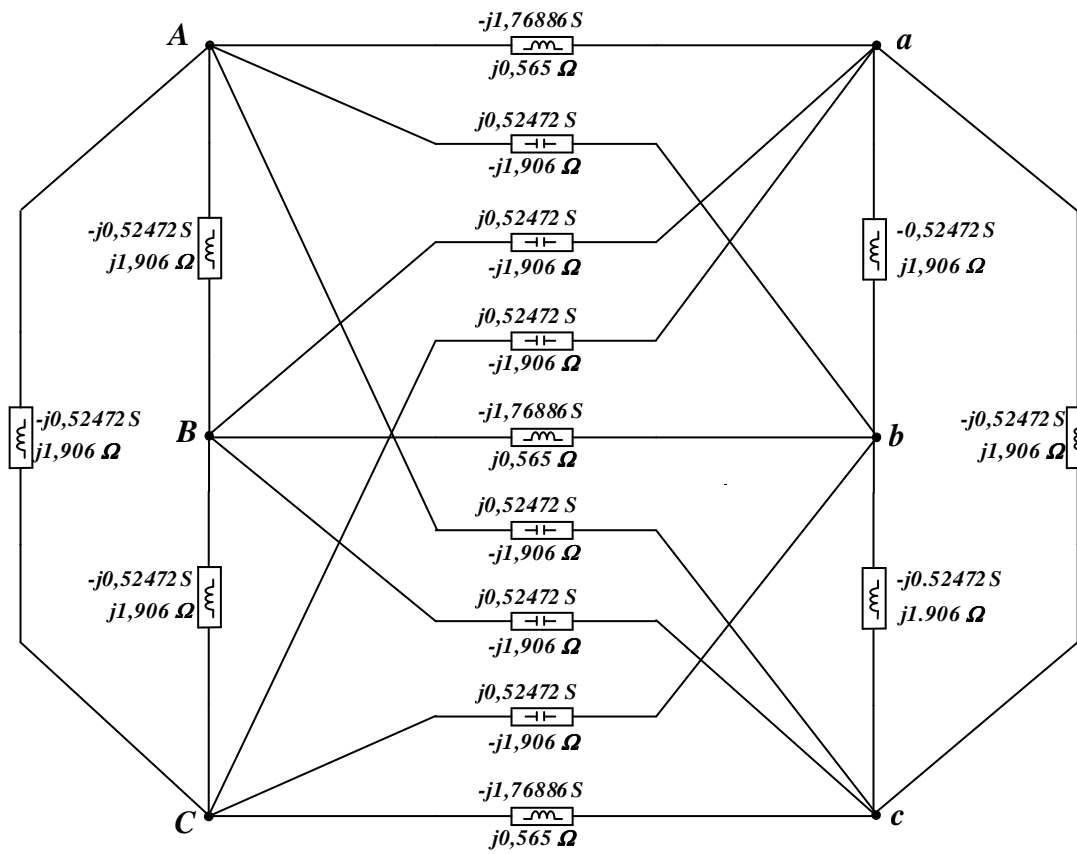
oraz

$$\underline{Z}_1 = \frac{1}{\underline{Y}_1} = \frac{1}{-j2,29358} = j0,436\Omega$$

Macierz admitancyjna fazowa linii nie zwartej występująca w relacji (6.2) jest:

$$\underline{Y}_f = \begin{bmatrix} \underline{Y} & -\underline{Y} \\ -\underline{Y} & \underline{Y} \end{bmatrix} = j \begin{array}{ccc|ccc} & A & B & C & a & b & c \\ A & -1,76886 & 0,52472 & 0,52472 & 1,76886 & -0,52472 & -0,52472 \\ B & 0,52472 & -1,76886 & 0,52472 & -0,52472 & 1,76886 & -0,52472 \\ C & 0,52472 & 0,52472 & -1,76886 & -0,52472 & -0,52472 & 1,76886 \\ a & 1,76886 & -0,52472 & -0,52472 & -1,76886 & 0,52472 & 0,52472 \\ b & -0,52472 & 1,76886 & -0,52472 & 0,52472 & -1,76886 & 0,52472 \\ c & -0,52472 & -0,52472 & 1,76886 & 0,52472 & 0,52472 & -1,76886 \end{array} \Bigg]_S$$

Macierzy  $\underline{Y}_f$  odpowiada obwód elektryczny jak na (Rys. 6.3).



Rys. 6.3. Model fazowy linii

Jak widać oprócz gałęzi o charakterze indukcyjnym pojawiły się gałęzie o charakterze pojemnościowym, co wyraźnie zaznaczono na (Rys. 6.3).

## 7. Dane typowych linii

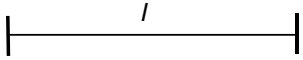
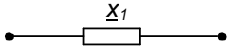
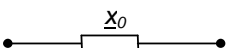
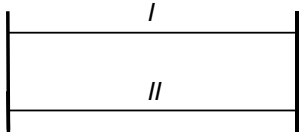
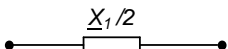
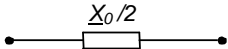
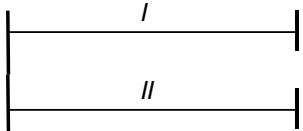
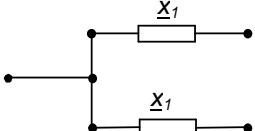
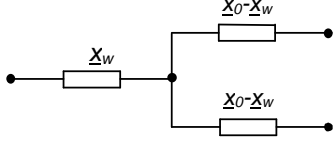
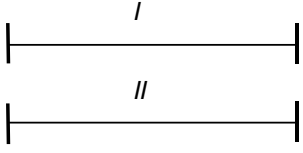
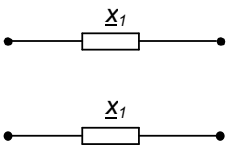
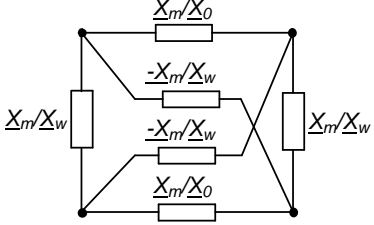
Dane kilku typowych linii napowietrznych zawiera, *Tab. 7.1* przy czym podane tam impedancje dla linii dwutorowych dotyczą jednego toru.

*Tab. 7.1. Dane typowych napowietrznych linii przesyłowych*

Typ	LII-110	LI-220	LII-220	LI-400	LII-400	L-750
Przew.	2*3*AFL6	3*AFL8	2*3*AFL8	3*2AFL8	2*3*2AFL	3*4AFL8
Słup	O24	2F-H52	2F-M52	2F-Y52	2F-Z52	nietypowy
L. torów	2	1	2	1	2	1
L.p.w.	1	1	1	2	2	4
S, mm <sup>2</sup>	240	525	525	525	525	525
U, kV	110	220	220	400	400	750
$R_1, \Omega$	0,124	0,0564	0,0564	0,0282	0,0282	0,0147
$X_1, \Omega$	0,405	0,410	0,392	0,333	0,330	0,273
$X_0, \Omega$	1,100	0,820	1,107	0,976	0,799	0,851
$X_w, \Omega$	0,760	0	0,775	0	0,639	0
$B_1, \mu S$	2,82	2,76	2,86	3,34	3,34	4,30
I, A	735	1220	1220	2440	2440	9000
L.p.w. – liczba przewodów w wiązce stanowiącej przewód fazowy S, mm <sup>2</sup> – przekrój pojedynczego przewodu						

### 8. Schematy do obliczeń zwarciovych

Tab 8.1. Schematy zgodne i zerowe linii stosowane w obliczeniach zwarciovych.

Połączenie torów	Schemat zgodny	Schemat zerowy
		
		
		
		

przy czym:

$X_1$  - reaktancja jednego toru dla składowej zgodnej; przyjęto że reaktancje obu torów są jednakowe,

$X_0$  - jak wyżej, lecz dla składowej zerowej,

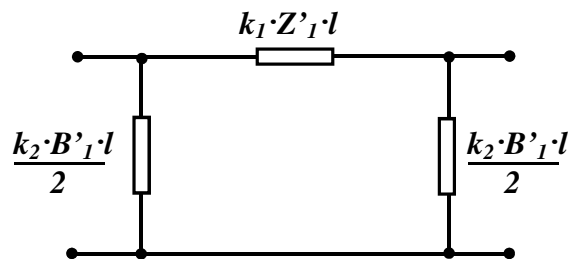
$X_w$  - reaktancja wzajemna torów,  $X_w = 3 \cdot M$ , gdzie  $M$  jest obliczane ze wzoru (1.16),

$$X_m = X_0 X_0 - X_w^2 - \text{ wielkość pomocnicza.}$$

## 9. Linia długa w ustalonym stanie pracy

W ustalonym stanie pracy linia długa, a więc o długości powyżej 5% długości fali elektroenergetycznej o częstotliwości  $f = 50\text{Hz}$  ( $\lambda_{50} = 6000\text{km}$ ), ma model matematyczny stanu ustalonego taki jak linie krótkie, jednak wartości elementów macierzy, a w szczególności elementy schematu zastępczego są nieco inne niż to wynika z pomnożenia odpowiednich parametrów jednostkowych przez długość linii. Odwzoruje to w pewnym sensie wpływ falowości przebiegów.

Najłatwiejszym sposobem uwzględnienia falowości jest stosowanie współczynników poprawkowych będących funkcją długości linii. Stosuje się na przykład współczynniki Kenelly'ego  $k_1, k_2$  korygujące parametry impedancyjne w schemacie zastępczym linii jak (Rys. 9.1).



Rys. 9.1. Schemat zastępczy linii 'długiej'

Oblicza się najpierw współczynnik  $k_1$ :

$$k_1 = 1 + \frac{l^2 X'_1 B'_1}{6}$$

a następnie współczynnik  $k_2$ :

$$k_2 = \frac{1 + k_1}{2 k_1}$$

We wzorach tych  $X'_1$  oraz  $B'_1$  są odpowiednio reaktancją jednostkową zgodną ( $\Omega/\text{km}$ ) oraz susceptancją zgodną jednostkową ( $\text{S}/\text{km}$ ), a  $l$  jest długością linii wyrażoną w  $\text{km}$ .

### 10. Rozwiązywanie liniowego układu równań – eliminacja Gaussa

Liniowy układ równań stopnia  $n$  w postaci macierzowej i rozwiniętej jest:

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{X} = \mathbf{B} \quad \Rightarrow \quad \begin{aligned} a_{11} \cdot x_1 + a_{12} \cdot x_2 + \dots + a_{1n} \cdot x_n &= b_1 \\ a_{21} \cdot x_1 + a_{22} \cdot x_2 + \dots + a_{2n} \cdot x_n &= b_2 \\ &\dots \\ a_{n1} \cdot x_1 + a_{n2} \cdot x_2 + \dots + a_{nn} \cdot x_n &= b_n \end{aligned}$$

Biorąc pod uwagę równanie pierwsze:

$$a_{11} \cdot x_1 + \sum_{j=2}^n a_{1j} \cdot x_j = b_1$$

Możemy obliczyć  $x_1$ :

$$x_1 = \frac{b_1}{a_{11}} - \sum_{j=2}^n \frac{a_{1j}}{a_{11}} \cdot x_j$$

Podstawiając obliczoną wartość  $x_1$  do równania drugiego otrzymamy:

$$a_{21} \cdot \left( \frac{b_1}{a_{11}} - \sum_{j=2}^n \frac{a_{1j}}{a_{11}} \cdot x_j \right) + \sum_{j=2}^n a_{2j} \cdot x_j = b_2$$

Po zlikwidowaniu nawiasu jest:

$$\sum_{j=2}^n a_{2j} \cdot x_j - \sum_{j=2}^n \frac{a_{21} \cdot a_{1j}}{a_{11}} \cdot x_j = b_2 - \frac{a_{21} \cdot b_1}{a_{11}}$$

Po uporządkowaniu:

$$\sum_{j=2}^n \left( a_{2j} - \frac{a_{21} \cdot a_{1j}}{a_{11}} \right) \cdot x_j = b_2 - \frac{a_{21} \cdot b_1}{a_{11}}$$

Jak widać w drugim równaniu nie występuje zmienna  $x_1$ . Podobnie wstawiając obliczoną zmienną  $x_1$  do pozostałych równań otrzymamy układ równań w którym nie będzie występowała zmienna  $x_1$ . Otrzymaliśmy więc układ równań o jeden stopień mniejszy.

$$\begin{aligned} a_{11} \cdot x_1 + a_{12} \cdot x_2 + \dots + a_{1n} \cdot x_n &= b_1 \\ a_{22}^{(1)} \cdot x_2 + \dots + a_{2n}^{(1)} \cdot x_n &= b_2^{(1)} \\ &\dots \\ a_{n2}^{(1)} \cdot x_2 + \dots + a_{nn}^{(1)} \cdot x_n &= b_n^{(1)} \end{aligned}$$

Powtarzając operację eliminacji kolejnych zmiennych  $n-1$  razy otrzymamy

$$\begin{aligned} a_{11} \cdot x_1 + a_{12} \cdot x_2 + \dots + a_{1n} \cdot x_n &= b_1 \\ a_{22}^{(1)} \cdot x_2 + \dots + a_{2n}^{(1)} \cdot x_n &= b_2^{(1)} \\ &\dots \\ a_{n2}^{(n-2)} \cdot x_2 + a_{nn}^{(n-2)} \cdot x_n &= b_n^{(n-2)} \\ &\dots \\ a_{nn}^{(n-1)} \cdot x_n &= b_n^{(n-1)} \end{aligned}$$

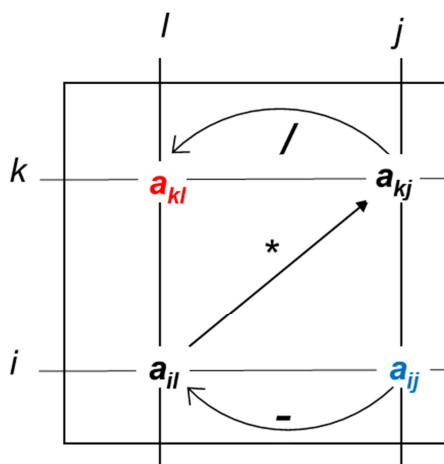
W efekcie otrzymaliśmy liniowy układ równań, którego macierz jest macierzą "trójkątną górną" – elementy pod diagonalną mają wartości zerowe.



Eliminacji zmiennych można dokonywać w dowolnej kolejności – na podstawie równania  $k$ -tego eliminować zmienną  $l$ -tą z pozostałych równań. Ogólny wzór polega na kolejnym przekształcaniu pozostałych elementów według następującego wzoru:

$$a_{ij}^{(new)} = a_{ij}^{(old)} - \frac{a_{il}^{(old)} \cdot a_{kj}^{(old)}}{a_{kl}^{(old)}}$$

Wzór ten ma prostą interpretację graficzną (Rys. 10.1.).



Rys. 10.1. Interpretacja graficzna eliminacji Gaussa

Rozwiązanie otrzymuje się obliczając wartość niewiadomej  $x$  z ostatniego równania, a następnie przedostatnią, itd. aż do pierwszej niewiadomej – eliminowanej w kroku pierwszym.

## 11. Odwracanie macierzy

Liniowy układ równań stopnia  $n$  w postaci macierzowej można rozwiązać stosując inwersję macierzy:

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{X} = \mathbf{B} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{X} = \mathbf{A}^{-1} \cdot \mathbf{B}$$

Warto zauważyć, że zakładając wektor wyrazów o szczególnej postaci np.

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

to rozwiązując układ równań:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ & & \cdots & & \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_{1n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

w wektorze rozwiązań  $\mathbf{X}$  otrzymamy pierwszą kolumnę macierzy odwrotnej.

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_{1n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ & & \cdots & & \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

Wstawiając jedynekę na drugiej pozycji w wektorze  $\mathbf{B}$  i ponownie rozwiązując liniowy układ równań otrzymamy drugą kolumnę macierzy odwrotnej. Powtarzając operację  $n$ -razy obliczymy wszystkie kolumny macierzy odwrotnej – inwersję macierzy  $\mathbf{A}$ .