



Seria: Wykłady

Systemy elektroenergetyczne

Wykład 4

Praca elementów sieci przesyłowej

Autor:

dr inż. Zbigniew Zdun

†dr inż. Krzysztof Księżyk

mgr inż. Tomasz Zdun

Warszawa, 2020

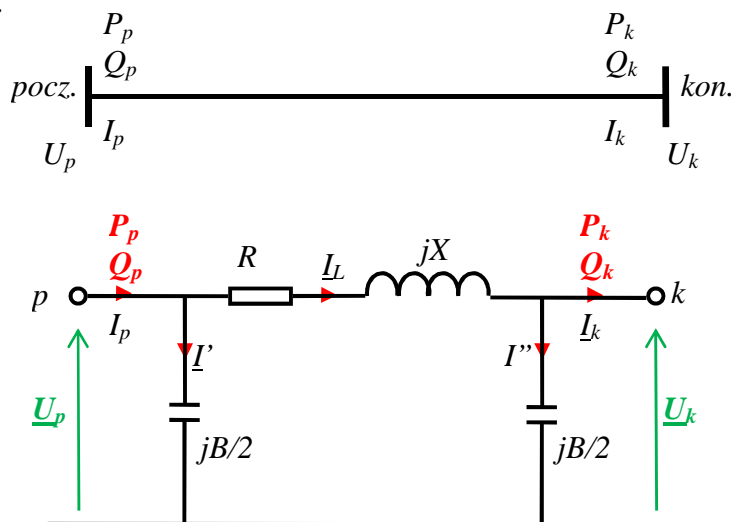
Spis treści

1. Praca linii	3
1.1. Obliczanie przepływów mocy w linii.....	3
1.1.1. Przykład obliczeń przepływu mocy w linii	4
1.2. Wykres wektorowy pracy linii	6
1.2.1. Przykład obliczeń wykresu wektorowego linii	8
1.2.2. Macierz admitancyjna linii - przykład obliczeń.....	10
1.3. Bilans mocy czynnej i biernej w linii – moc naturalna	11
1.4. Dopuszczalne obciążalności linii	14
2. Praca transformatora	16
2.1. Obliczanie przepływów mocy w transformatorze.....	16
2.1.1. Przykład obliczeń przepływu mocy w transformatorze	17
2.2. Wykres wektorowy pracy transformatora	19
2.3. Analiza pracy transformatora na podstawie wykresu wektorowego.....	21
2.3.1. Przykład obliczeń wykresu wektorowego transformatora	23
2.3.2. Macierz admitancyjna transformatora - przykład obliczeń.....	25
3. Obliczenia pracy prostego układu przesyłowego.....	26
4. Obliczenia pracy prostego układu przesyłowego – pełny schemat linii	29

1. Praca linii

1.1. Obliczanie przepływów mocy w linii

Modelem linii elektroenergetycznej w symetrycznym stanie obciążenia jest czwórnik typu π jak na (Rys.1.1).



Rys.1.1. Linia elektroenergetyczna i jej schemat zastępczy

Zadaniem metod, algorytmów i programów obliczeniowych jest obliczenie w tym modelu, wartości obciążenia linii - mocy czynnych i biernych wpływających P_p , Q_p oraz wypływających P_k , Q_k na podstawie zaplanowanych warunków pracy systemu elektroenergetycznego. Należy zauważyć, że jeśli dane będą wartości napięć \underline{U}_p oraz \underline{U}_k na krańcach linii, przy czym są to wielkości zespolone wyrażone w układzie biegunowym lub algebraicznym:

$$\begin{aligned}\underline{U}_p &= |\underline{U}_p| e^{j\delta_p} = |\underline{U}_p| (\cos \delta_p + j \sin \delta_p) = E_p + jF_p \\ \underline{U}_k &= |\underline{U}_k| e^{j\delta_k} = |\underline{U}_k| (\cos \delta_k + j \sin \delta_k) = E_k + jF_k\end{aligned}$$

to na podstawie prawa Ohma można obliczyć wartości prądów:

$$\underline{I}_L = \frac{\underline{U}_p - \underline{U}_k}{R_L + jX_L} = \frac{(E_p + jF_p) - (E_k + jF_k)}{R_L + jX_L} \quad (1.1)$$

i prądy płynące przez pojemności doziemne linii:

$$\underline{I}' = j \frac{B}{2} \cdot 10^{-6} \cdot \underline{U}_p \quad \underline{I}'' = j \frac{B}{2} \cdot 10^{-6} \cdot \underline{U}_k$$

a dalej prądy na początku i końcu linii:

$$\underline{I}_p = \underline{I}_L + \underline{I}' \quad \underline{I}_k = \underline{I}_L - \underline{I}'' \quad (1.2)$$

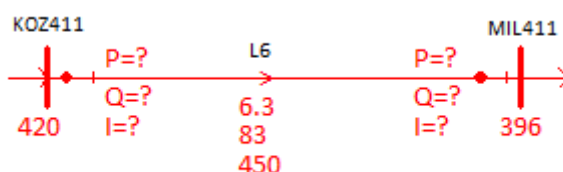
Można teraz obliczyć moce wpływające i wypływające w linii:

$$\underline{S}_p = P_p + jQ_p = \sqrt{3} \cdot \underline{U}_p \cdot \underline{I}_p^* \quad \underline{S}_k = P_k + jQ_k = \sqrt{3} \cdot \underline{U}_k \cdot \underline{I}_k^* \quad (1.3)$$

gdzie symbol '*' oznacza liczbę sprzężoną.

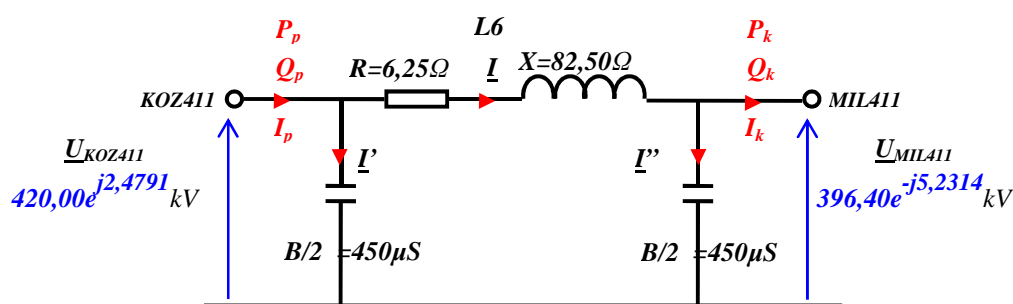
1.1.1. Przykład obliczeń przepływu mocy w linii

Weźmy pod uwagę linię **L6** o napięciu 400 kV jak na (Rys. 1.2) pomiędzy węzłami **KOZ411** a **MIL411** o parametrach elektrycznych: $R_{L6}=6,3 \Omega$, $X_{L6}=83 \Omega$, $B/2_{L6}=450 \mu S$.



Rys. 1.2. Linia przesyłowa 400 kV

Dla linii o parametrach impedancyjnych i zadanych napięciach na końcach linii jak na (Rys. 1.3), należy obliczyć prądy i moce zaznaczone kolorem czerwonym



Rys. 1.3. Parametry linii

Dane:

$$R_{L6} = 6,25 \Omega, \quad R_{L6} = 6,25 \Omega, \quad B/2_{L6} = 450 \mu S$$

$$\underline{U}_{KOZ411} = 420,00 \text{ kV} \cdot e^{j2,4791^0}$$

$$\underline{U}_{MIL411} = 396,40 \text{ kV} \cdot e^{-j5,2314^0}$$

Obliczenia:

Napięcia krańcowe przeliczone z układu biegunowego na układ algebraiczny – napięcia międzyfazowe:

$$\underline{U}_{KOZ411} = 420,00 \text{ kV} \cdot e^{j2,4791^0} = 420,00 \cdot (\cos 2,4791 + j \sin 2,4791) = (419,61 + j18,17) \text{ kV}$$

$$\underline{U}_{MIL411} = 396,40 \text{ kV} \cdot e^{-j5,2314^0} = 396,40 \cdot (\cos(-5,2314) + j \sin(-5,2314)) = (394,75 - j36,14) \text{ kV}$$

Napięcia fazowe:

$$\underline{U}_{KOZ411}^{fazowe} = \frac{(419,61 + j18,17)}{\sqrt{3}} = (242,26 + j10,49) \text{ kV}$$

$$\underline{U}_{MIL411}^{fazowe} = \frac{(394,75 - j36,14)}{\sqrt{3}} = (227,91 - j20,87) \text{ kV}$$

Prąd w gałęzi podłużnej I_L :

$$\underline{I}_L = \frac{\underline{U}_{KOZ411}^{fazowe} - \underline{U}_{MIL411}^{fazowe}}{R_{L6} + jX_{L6}} = \frac{(242,26 + j10,49) - (227,91 - j20,87)}{6,25 + j82,50} = \frac{14,35 + j31,36}{6,25 + j82,50}$$

$$= \frac{(14,35 + j31,36) \cdot (6,25 - j82,50)}{6,25^2 + 82,50^2} =$$

$$= \frac{(14,35 \cdot 6,25 + 31,36 \cdot 82,50) + j(31,36 \cdot 6,25 - 14,35 \cdot 82,50)}{6845,31}$$

$$= (0,391 - j0,144) \text{ kA}$$

$$|\underline{I}_L| = \sqrt{391^2 + 144^2} = \mathbf{416,7 \text{ A}}$$

Prądy w gałęziach poprzecznych:

$$\underline{I}' = j \frac{B}{2L_6} \cdot \underline{U}_{KOZ411} = j450 \cdot 10^{-6} \cdot (242,26 + j10,49) = (-0,005 + j0,109) \text{ kA}$$

$$\underline{I}'' = jB/2L_6 \cdot \underline{U}_{MIL411} = j450 \cdot 10^{-6} \cdot (227,91 - j20,87) = (0,009 + j0,103) \text{ kA}$$

Prąd początkowy i końcowy w linii:

$$\underline{I}_p = \underline{I}_L + \underline{I}' = (0,391 - j0,144) + (-0,005 + j0,109) = (0,386 - j0,035) \text{ kA}$$

$$|\underline{I}_p| = \sqrt{386^2 + 35^2} = \mathbf{388 \text{ A}}$$

$$\underline{I}_k = \underline{I}_L - \underline{I}' = (0,391 - j0,144) - (0,009 + j0,103) = (0,382 - j0,247) \text{ kA}$$

$$|\underline{I}_k| = \sqrt{382^2 + 247^2} = \mathbf{455 \text{ A}}$$

Moc wpływająca i wypływająca w linii L6:

$$\begin{aligned} \underline{S}_{KOZ411} &= \sqrt{3} \cdot \underline{U}_{KOZ411} \cdot \underline{I}_p^* = \sqrt{3} \cdot (419,61 + j18,17) \cdot (0,386 + j0,035) \\ &= \sqrt{3} \cdot [(419,31 \cdot 0,386 - 18,17 \cdot 0,035) + j(419,61 \cdot 0,035 + 18,17 \cdot 0,386)] \\ &= \mathbf{279,6 \text{ MW} + j37,8 \text{ Mvar}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \underline{S}_{MIL411} &= \sqrt{3} \cdot \underline{U}_{MIL411} \cdot \underline{I}_k^* = \sqrt{3} \cdot (393,75 - j36,18) \cdot (0,382 + j0,245) \\ &= \sqrt{3} \cdot [(394,75 \cdot 0,382 + 36,14 \cdot 0,247) + j(394,75 \cdot 0,247 - 36,14 \cdot 0,382)] \\ &= \mathbf{276,4 \text{ MW} + j144,9 \text{ Mvar}} \end{aligned}$$

Straty mocy czynnej w linii L6:

$$\Delta P_{L6} = 3 \cdot R_{L6} \cdot |\underline{I}_L|^2 = 3 \cdot 6,25 \cdot 0,4167^2 = \mathbf{3,3 \text{ MW}}$$

Straty mocy biernej w linii L6:

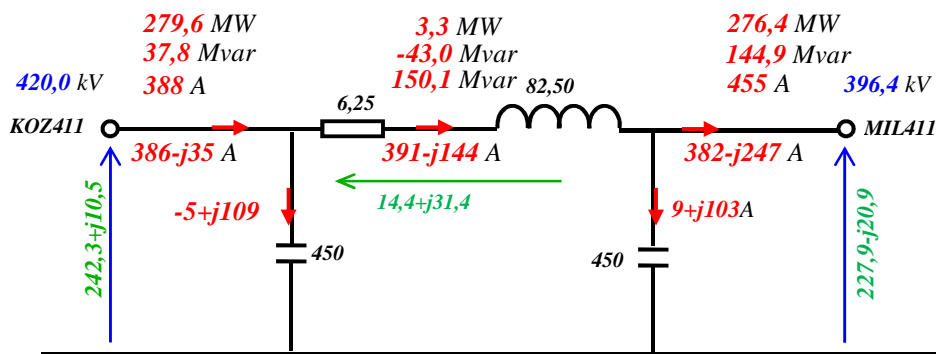
$$\Delta Q_{L6} = 3 \cdot X_{L6} \cdot |\underline{I}_L|^2 = 3 \cdot 82,50 \cdot 0,4167^2 = \mathbf{43,0 \text{ MW}}$$

Moc ładowania linii linii L6:

$$\begin{aligned} Q_{C_{L6}} &= B/2L_6 \cdot 10^{-6} \cdot U_{KOZ411}^2 + \frac{B}{2L_6} \cdot 10^{-6} \cdot U_{MIL411}^2 = 450 \cdot 10^{-6} \cdot 420,00^2 + 450 \cdot 10^{-6} \cdot 396,04^2 \\ &= 79,4 + 70,7 = \mathbf{150,1 \text{ Mvar}} \end{aligned}$$

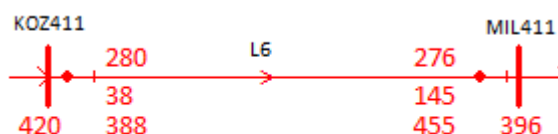
Wyniki:

Szczegółowe wyniki obliczeń: napięcia zespolone moce i prądy przedstawia (Rys 1.4).



Rys 1.4. Szczegółowe wyniki obliczeń

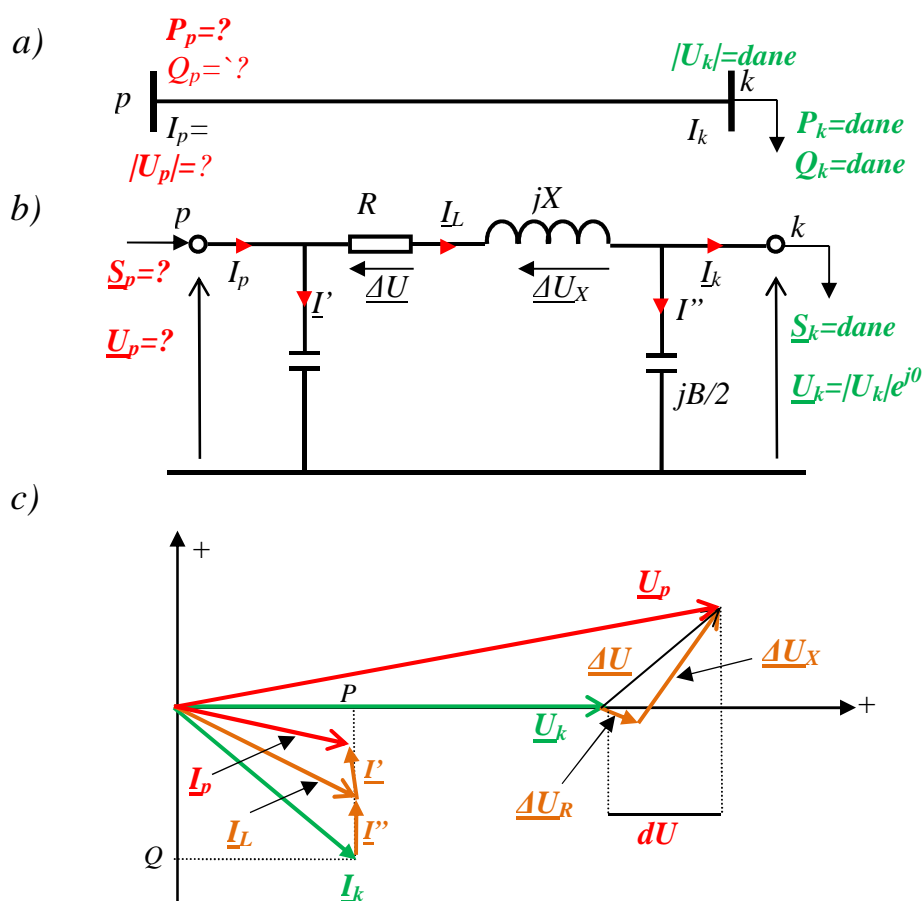
Wyniki obliczeń – wskazania przyrządów pomiarowych przedstawia (Rys. 1.5).



Rys.1.5. Wyniki obliczeń

1.2. Wykres wektorowy pracy linii

Pracę elementów sieci przesyłowej (linii i transformatorów) można przedstawiać na wykresach wektorowych. Wykresy wektorowe zawsze rysujemy 'od końca' elementu. Wykres wektorowy, na przykład dla linii przesyłowej, pozwala na rozwiązanie graficzne następującego zadania: dane jest napięcie $|U_k|$ (moduł napięcia fazowego) na końcu linii i obciążenie linii $S_k = P_k + jQ_k$ (trójfazowa moc czynna i bierna indukcyjna dostarczana linią do węzła końcowego), należy obliczyć napięcie na początku linii oraz prąd (moc) wpływający do linii na jej początku.



Rys.1.6. Wykres wektorowy linii przesyłowej, a) linia, b) schemat zastępczy, c) wykres wektorowy linii przy obciążeniu indukcyjnym

Przykładowy wykres wektorowy linii przedstawia (Rys.1.6). Zasady tworzenia wykresu wektorowego są następujące:

1. Na płaszczyźnie liczb zespolonych w osi liczb rzeczywistych rysujemy w odpowiedniej skali napięciowej (kV/mm) wektor o długości $|U_k|$ odpowiadającej zadanej wartości modułu napięcia fazowego na końcu linii, którego wartość liczbowa jest:

$$\underline{U}_k = \underline{U}_k e^{j\delta_k = 0} \Leftrightarrow \underline{U}_k = U_k + j0 = U_k \quad (1.4)$$

2. Z zadanej wartości mocy obciążenia linii $S_k = P_k + jQ_k$ (Rys.1.6) i zadanej wartości napięcia \underline{U}_k oblicza się prąd czynny i bierny z godnie ze wzorem (1.5):

$$\underline{I}_k = \left(\frac{P_k + jQ_k}{\sqrt{3} \cdot \underline{U}_k} \right)^* = I_a + j(I_b < 0) \quad (1.5)$$

Przy obciążeniu indukcyjnym prąd opóźnia się w odniesieniu do napięcia, więc część urojona I_b w relacji (1.5) powinna być ujemna, a przy obciążeniu pojemnościowym dodatnia - wyprzedza napięcie. W skali prądowej (A/mm) rysujemy wektor (Rys.1.6) odpowiadający wektorowi prądu \underline{I}_k , (prądy wyrażamy w amperach).

3. Ze schematu zastępczego linii (Rys.1.6) wynika że do prądu obciążenia \underline{I}_k należy dodać prąd pojemnościowy \underline{I}'' :

$$\underline{I}'' = j(B/2) \cdot 10^{-6} \cdot \frac{U_k}{\sqrt{3}} = jI''_b \quad (1.6)$$

Należy zauważyć, że w (1.6) susceptancja jest wyrażana w μS , napięcie w kV, a obliczony prąd należy wyrazić w A, stąd czynnik 10^{-6} .

4. Do prądu obciążenia \underline{I}_k dodajemy prąd \underline{I}'' otrzymując wektor prądu w linii \underline{I}_L :

$$\underline{I}_L = \underline{I}_k + \underline{I}'' = I_a + jI_b \quad (1.7)$$

5. Można teraz obliczyć napięcie $\Delta \underline{U}_R$ na rezystancji linii:

$$\Delta \underline{U}_R = R_L \cdot (I_a + jI_b) \quad (1.8)$$

6. Oblicza się napięcie $\Delta \underline{U}_X$ na reaktancji linii:

$$\Delta \underline{U}_X = jX \cdot (I_a + jI_b) \quad (1.9)$$

Do wektora \underline{U}_p dodajemy wektor $\Delta \underline{U}_R$ i wektor $\Delta \underline{U}_X$.

7. Wektor wyprowadzony z początku układu współrzędnych do końca wektora $\Delta \underline{U}_X$ jest wektorem napięcia \underline{U}_p na początku linii – zgodnie z prawem Kirchoffa jest sumą wektorów:

$$\underline{U}_p = \underline{U}_k + \Delta \underline{U}_R + \Delta \underline{U}_X \quad (1.10)$$

8. Oblicza się prąd pojemnościowy \underline{I}' (podobnie jak \underline{I}''):

$$\underline{I}' = j(B/2) \cdot 10^{-6} \cdot \frac{U_p}{\sqrt{3}} = I'_a + jI'_b \quad (1.11)$$

9. Wektor narysowany od początku układu współrzędnych do końca wektora \underline{I}' jest wektorem prądu \underline{I}_k wpływającym do linii – zgodnie z prawem Kirchoffa jest sumą:

$$\underline{I}_p = \underline{I}_k + \underline{I}'' + \underline{I}' \quad (1.12)$$

10. Moc wpływająca do linii:

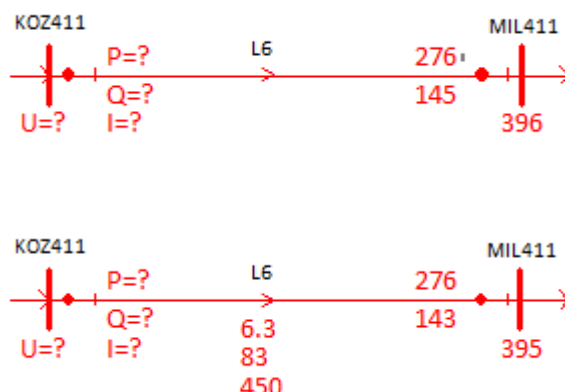
$$\underline{S}_p = \sqrt{3} \cdot \underline{U}_p \cdot \underline{I}_p^* = P_p + jQ_p \quad (1.13)$$

Na wykresie wektorowym na (Rys.1.6) zaznaczono:

- *stratę napięcia*: $\Delta \underline{U}$ – jest to różnica wektorowa (różnica liczb zespolonych) napięcia na początku linii \underline{U}_p i na końcu linii \underline{U}_k ; jest to wektor (liczba zespolona).
- *spadek napięcia*: dU : jest to różnica modułów napięcia $|\underline{U}_p|$ na początku i napięcia $|\underline{U}_k|$ na końcu linii, inaczej mówiąc różnica wskazań woltomierzy zainstalowanych w stacji początkowej i końcowej linii; na wykresie wektorowym należy rzutować np. wektor napięcia na początku linii na wektor napięcia na końcu i zmierzyć różnicę tych rzutów; przy przyjętym sposobie rysowania wykresu wektorowego jak na (Rys.1.6) wartość liczbowa części rzeczywistej straty napięcia jest równa spadkowi napięcia.

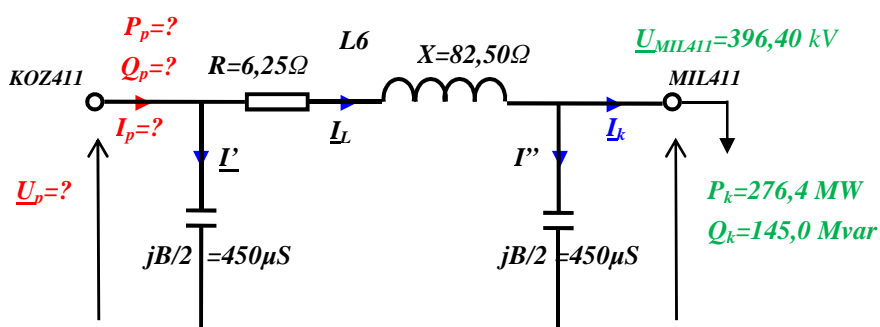
1.2.1. Przykład obliczeń wykresu wektorowego linii

Dla linii o parametrach impedancyjnych jak w poprzednim przykładzie (Rys 1.7)



Rys 1.7. Linia przesyłowa

naależy sporządzić wykres wektorowy przy założeniu napięcia na końcu linii i obciążenia linii mocą czynną i bierną jak na (Rys. 1.8).



Rys.1.8. Obciążenie linii przesyłowej

Dane:

$$R_{L6} = 6,25 \Omega, \quad R_{L6} = 6,25 \Omega, \quad B/2_{L6} = 450 \mu S$$

$$\underline{U}_{MIL411} = 396,40 \text{ kV} \cdot e^{-j5,2314^\circ}$$

$$P_{MIL411} = 276,4 \text{ MW} \quad Q_{MIL411} = 145,0 \text{ Mvar}$$

Obliczenia

1. Napięcie na końcu linii (do wykresu wektorowego przyjmujemy kąt zerowy wektora napięcia):

$$\underline{U}_k = 396,40 \text{ kV} \cdot e^{-j5,2314^\circ \rightarrow 0^\circ} = 396,40 + j0 \text{ kV}$$

2. Prąd obciążenia:

$$\underline{I}_k = \left(\frac{P_k + jQ_k}{\sqrt{3} \cdot U_k} \right)^* = I_a + jI_b = \frac{276,4 - j145,0}{\sqrt{3} \cdot (396,40 - j0)} = (0,403 - j0,211) \text{ kA}$$

3. Prąd pojemnościowy \underline{I}'' :

$$\underline{I}'' = j(B/2) \cdot 10^{-6} \cdot \frac{\underline{U}_k}{\sqrt{3}} = j450 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{396,40 + j0}{\sqrt{3}} = j0,103 \text{ kA}$$

4. Prąd w linii \underline{I}_L :

$$\underline{I}_L = \underline{I}_k + \underline{I}'' = (0,403 - j0,211) + j0,103 = (0,403 - j0,108) \text{ kA}$$

5. Napięcie ΔU_R na rezystancji linii:

$$\Delta U_R = \sqrt{3} \cdot R_L \cdot (I_a + jI_b) = \sqrt{3} \cdot 6,25 \cdot (0,403 - j0,108) = (4,358 - j1,171) \text{ kV}$$

6. Napięcie ΔU_X na reaktancji linii:

$$\Delta U_X = \sqrt{3} \cdot jX_L \cdot (I_a + jI_b) = \sqrt{3} \cdot j82,5 \cdot (0,403 - j0,108) = (15,462 + j56,354) \text{ kV}$$

7. Napięcie U_p na początku linii:

$$\begin{aligned} U_p &= U_k + \Delta U_R + \Delta U_X = (396,40 + j0) + (4,358 - j0,171) + (15,462 + j56,354) = (416,219 + j56,354) \text{ kV} \\ &= \sqrt{416,219^2 + 56,354^2} \cdot e^{j \arctg\left(\frac{56,354}{416,219}\right)} = \mathbf{420,02 \text{ kV}} \cdot e^{j7,7107^\circ} \end{aligned}$$

8. Prąd pojemnościowy I' :

$$I' = j(B/2) \cdot 10^{-6} \cdot \frac{U_p}{\sqrt{3}} = j450 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{(416,219 + j56,354)}{\sqrt{3}} = (-0,015 + j0,108) \text{ kA}$$

9. Prąd początkowy I_p wpływający do linii:

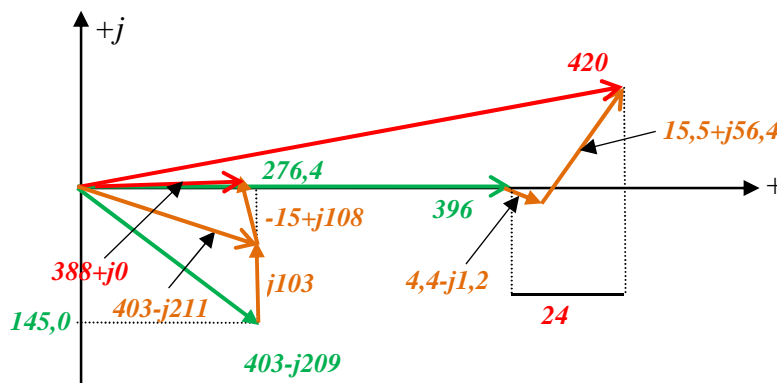
$$I_p = I_L + I' = (0,403 - j0,108) + (-0,015 + j0,108) = (0,388 + j0,00) \text{ kA} = \sqrt{388^2 + 0^2} = \mathbf{388 \text{ A}}$$

10. Moc S_p wpływający do linii:

$$\begin{aligned} S_p &= \sqrt{3} \cdot U_p \cdot I_p^* = \sqrt{3} \cdot (416,219 + j56,354) \cdot (0,388 + j0,000) = \sqrt{3} \cdot [(416,219 \cdot 0,388 - 56,354 \cdot 0,00) + \\ &+ j(416,219 \cdot 0,000 + 56,354 \cdot 0,388)] = \mathbf{279,7 \text{ MW}} + \mathbf{j37,9 \text{ Mvar}} \end{aligned}$$

Wyniki:

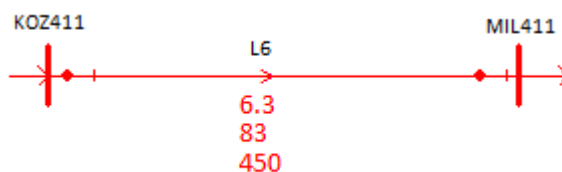
Wyniki liczbowe obliczeń przedstawione są na (Rys.1.9). Na rysunku tym przedstawiono prądy w amperach napięcia międzyprzewodowe w kV, a moce trójfazowe w MW i Mvar.



Rys.1.9. Wykres wektorowy linii z wynikami obliczeń

1.2.2. Macierz admitancyjna linii - przykład obliczeń

Dla linii $L6$ o parametrach impedancyjnych $R_{L6}=6,25\Omega$, $X_{L6}=82,5\Omega$ oraz $B/2_{L6}=450\mu S$ (jak w poprzednim przykładzie) należy obliczyć macierz admitancyjną węzłową – macierz admitancji własnych i wzajemnych. Macierz ta wynika z obwodu elektrycznego wynikającego ze schematu zastępczego linii typu π jak na (Rys. 1.8):



Rys 1.10. Linia przesyłowa

Dane:

$$R_{L6} = 6,25 \Omega, \quad X_{L6} = 82,5 \Omega, \quad B/2_{L6} = 450 \mu S$$

Obliczenia

$$\underline{Y}_{L6} = \begin{array}{c} \text{KOZ411} \\ \text{MIL411} \end{array} \begin{array}{cc} \text{KOZ411} & \text{MIL411} \\ \left[\begin{array}{cc} \frac{1}{R_{L6} + jX_{L6}} + jB/2_{L6} \cdot 10^{-6} & \frac{-1}{R_{L6} + jX_{L6}} \\ \frac{-1}{R_{L6} + jX_{L6}} & \frac{1}{R_{L6} + jX_{L6}} + jB/2_{L6} \cdot 10^{-6} \end{array} \right] = \\ \\ \left[\begin{array}{cc} \frac{1}{6,25 + j82,5} + j450 \cdot 10^{-6} & \frac{-1}{6,25 + j82,5} \\ \frac{-1}{6,25 + j82,5} & \frac{1}{6,25 + j82,5} + j450 \cdot 10^{-6} \end{array} \right] \end{array}$$

Admitancja gałęzi $L6$:

$$\underline{y}_{L6} = \frac{1}{R_{L6} + jX_{L6}} = \frac{1}{6,25 + j82,5} = \frac{1 \cdot (6,25 - j82,5)}{6,25^2 + 82,5^2} = \frac{6,25 - j82,5}{6845,31} = (0,000913 - j0,012052) S$$

Admitancje wzajemne:

$$\underline{Y}_{\text{KOZ411, MIL411}} = \underline{Y}_{\text{MIL411, KOZ411}} = \frac{-1}{R_{L6} + jX_{L6}} = -(0,000913 - j0,012052) = (-0,000913 + j0,012052) S$$

Admitancje własne:

$$\begin{aligned} \underline{Y}_{\text{KOZ411, KOZ411}} = \underline{Y}_{\text{MIL411, MIL411}} &= \frac{1}{R_{L6} + jX_{L6}} + jB/2_{L6} \cdot 10^{-6} = (0,000913 - j0,012052) + j0,000450 \\ &= (0,000913 - j0,011602) S \end{aligned}$$

Wynik:

Macierz admitancyjna węzłowa linii $L6$ jest:

$$\underline{Y}_{L6} = \begin{array}{c} \text{KOZ411} \\ \text{MIL411} \end{array} \begin{array}{cc} \text{KOZ411} & \text{MIL411} \\ \left[\begin{array}{cc} 0,000913 & -0,000913 \\ -j0,011602 & j0,012052 \\ -0,000913 & 0,000913 \\ j0,012052 & -j0,011602 \end{array} \right] S \end{array}$$

1.3. Bilans mocy czynnej i biernej w linii – moc naturalna

Przesył mocy liniami przesyłowymi powoduje straty mocy, jest to naturalne prawo fizyki. Zatem moc wpływająca do linii elektroenergetycznej powinna być większa od mocy wpływającej z niej. Jeśli chodzi o moc czynną to zawsze moc dostarczana do pasywnego elementu układu przesyłowego (linii, transformatora) będzie większa od mocy wpływającej. W linii elektroenergetycznej straty mocy czynnej można obliczyć na podstawie modelu tej linii z (Rys. 1.1) zgodnie ze wzorem:

$$\Delta P = R_L \cdot |I_L|^2 \quad (1.14)$$

Ponieważ w modelu linii przesyłowej występują równocześnie indukcyjności i pojemności doziemne to będą występowały straty mocy biernej na indukcyjnościach. Natomiast pojemności linii wytwarzają moc bierną. Mówiąc o mocy biernej w elektroenergetycznym układzie przesyłowym ma się zawsze na myśli moc bierną indukcyjną, którą traktuje się w obliczeniach na równi z mocą czynną – obie mają takie same znaki. Zarówno moc czynna dostarczana jak i bierna dostarczana do układu jest dodatnia (znak +), natomiast moce czynne i bierne pobierane z układu (dostarczane odbiorcom) są ujemne (znak -).

Straty mocy biernej w linii można obliczyć podobnie jak straty mocy czynnej:

$$\Delta Q = X_L \cdot |I_L|^2 \quad (1.15)$$

Należy zwrócić uwagę, że prąd $|I_L|$ zawiera $\sqrt{3}$. Moc bierna dostarczana do układu elektroenergetycznego przez pojemności linii nazywana jest *mocą ładowania linii* i wynosi:

$$Q_{lad.} = 3 \cdot B / 2 \cdot 10^{-6} \cdot |U_p|^2 + 3 \cdot B / 2 \cdot 10^{-6} \cdot |U_k|^2 \approx 3 \cdot B \cdot U_n^2 \cdot 10^{-6} \quad (1.16)$$

Napięcia tutaj są napięciami międzyprzewodowymi. Bilans mocy biernej w linii zależy zatem od różnicy strat mocy biernej i mocy ładowania. Jeśli straty mocy biernej są większe od mocy ładowania wtedy w ogólnym bilansie linia przesyłowa pobiera moc bierną z układu, podobnie jak pobiera moc czynną. Jeśli natomiast moc ładowania jest większa od strat mocy biernej to linia przesyłowa jest źródłem mocy biernej.

Straty mocy biernej (1.15) zależą wyraźnie od modułu prądu płynącego przez linię – od stopnia obciążenia, natomiast moc ładowania (1.16) nie zależy od stopnia obciążenia, dla danego typu linii jest wielkością prawie stałą, gdyż napięcie pracy linii jest w pobliżu napięcia znamionowego linii. Widać zatem wyraźnie, że przy małych obciążeniach linii $Q_{lad.} > \Delta Q$ i wtedy linia jest źródłem mocy biernej, zaś przy dużych obciążeniach linii $\Delta Q > Q_{lad.}$ – linia pobiera moc bierną z sieci. Zjawisko to jest niekorzystne bowiem w dolinie obciążenia występuje mniejsze zapotrzebowanie zarówno na moc czynną jak i bierną i wtedy są nadwyżki mocy biernej w SEE, natomiast w szczycie obciążenia przy większych poborach mocy linie dodatkowo konsumują moc bierną zwiększając tym samym deficyt tej mocy. Przy pewnym obciążeniu linii moc ładowania będzie równa stratom mocy biernej w linii i wtedy wartość tej mocy pozornej stanowiącej obciążenie linii nazywa się *mocą naturalną linii*.

Wartość mocy naturalnej zależy od stosunku reaktancji linii do pojemności linii. Zależnością wyjściową jest równość strat mocy biernej z mocą ładowania linii:

$$X_L \cdot |I_L|^2 = B \cdot U_n^2 \cdot 10^{-6}$$

Obliczając z tego wzoru wartość modułu prądu otrzymujemy:

$$|I_L|^2 = \frac{B}{X_L} U_n^2 \cdot 10^{-6} = \frac{U_n^2}{\frac{X_L}{B}} \cdot 10^{-6} \Rightarrow |I_L| = \frac{U_n}{\sqrt{\frac{X' \cdot l}{B' \cdot l}}} \cdot 10^{-3} = \frac{U_n}{\sqrt{\frac{X'}{B'}}} \cdot 10^{-3}$$

Mnożąc obustronnie przez U_n otrzymujemy wzór na moc naturalną linii w zależności od parametrów jednostkowych linii:

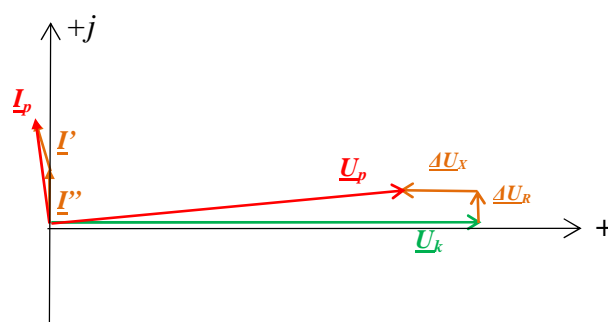
$$P_n = \frac{U_n^2}{\sqrt{\frac{X'}{B'}}} \cdot 10^{-3} \quad (1.17)$$

gdzie napięcie międzyprzewodowe U_n wyrażamy w kV, reaktancje jednostkową linii X' w Ω/km , susceptancję B' w $\mu\text{S}/\text{km}$, a moc naturalna P_n jest wyrażona w MW.

Tab.1.1. Moc ładowania i naturalna typowych linii WN

Napięcie U_n	X'	B'	Moc ładowania	Moc naturalna
kV	Ω/km	$\mu\text{S}/\text{km}$	Mvar/100 km	MW
110	0.405	2.82	3.5	32
220	0.410	2.76	13.5	125
400	0.330	3.34	55	520
750	0.273	4.30	250	2250

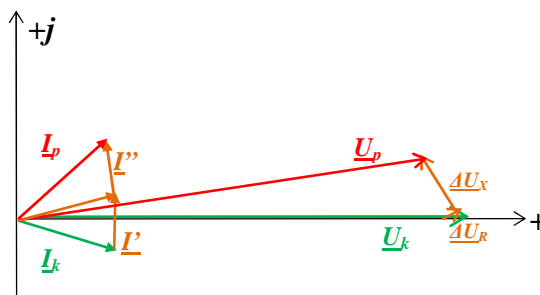
Warto prześledzić pracę linii poniżej mocy naturalnej. Zaczniemy od pracy linii WN na biegu jałowym. Wykres wektorowy linii na biegu jałowym przedstawia (Rys.1.11).



Rys.1.11. Wykres wektorowy linii na biegu jałowym

Wykres zaczynamy rysować od napięcia \underline{U}_k . Następnie rysujemy pojemnościowy prąd \underline{I}'' , który wyprzedza o 90° wektor napięcia \underline{U}_k – początek wektora \underline{I}'' jest w początku układu współrzędnych bowiem prąd obciążenia ma wartość zerową. Równoległe do wektora prądu \underline{I} rysujemy stratę napięcia $\Delta\underline{U}_R$ oraz prostopadle $\Delta\underline{U}_X$. Wektor od początku układu współrzędnych do końca wektora $\Delta\underline{U}_X$ stanowi wektor \underline{U}_p napięcia na początku linii. Prostopadle do tego

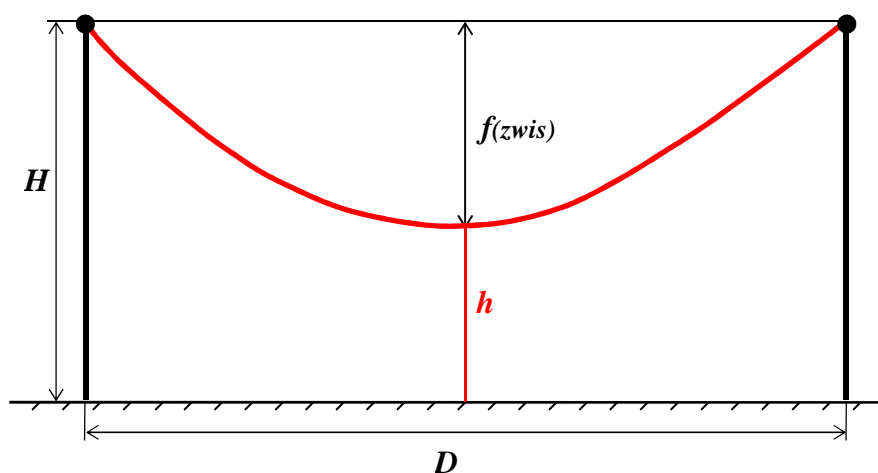
wektora jest położony wektor \underline{I}' a suma wektorów \underline{I}' oraz \underline{I}'' daje prąd \underline{I}_p – prąd wchodzący do linii. Jak wynika z wykresu wektorowego na (Rys.1.11) długość wektora napięcia \underline{U}_p na początku linii jest mniejsza od modułu wektora \underline{U}_k na końcu linii. Inaczej mówiąc wskazanie woltomierza na końcu linii będzie większe niż na początku linii – napięcia na końcu linii pracującej na biegu jałowym jest większe od napięcia na początku linii (miejscu przyłączenia linii do systemu elektroenergetycznego). Podobna sytuacja będzie występować gdy linia będzie ‘słabo’ obciążona, a tym bardziej gdy linia będzie zasilać odbiór mocy czynnej o charakterze pojemnościowym ($\cos\varphi$ o charakterze pojemnościowym) (Rys.1.12).



Rys.1.12. Wykres wektorowy linii obciążonej pojemnościowo

1.4. Dopuszczalne obciążalności linii

Dopuszczalny prąd obciążenia linii wynika w pierwszej kolejności z przekroju przewodów ze względu na nagrzewanie się przewodów. Przewody napowietrznych linii przesyłowych są wykonywane z linek stalowo aluminiowych zawieszonych na słupach, co powoduje tak zwane zwisy tych przewodów. Zwis definiowany jest jako ugięcie przewodu w stosunku do linii prostej przechodzącej przez punkty zawieszenia przewodów na słupach (Rys. 1.13).



Rys. 1.13. Zwis przewodu

Na (Rys. 1.13) oznaczono:

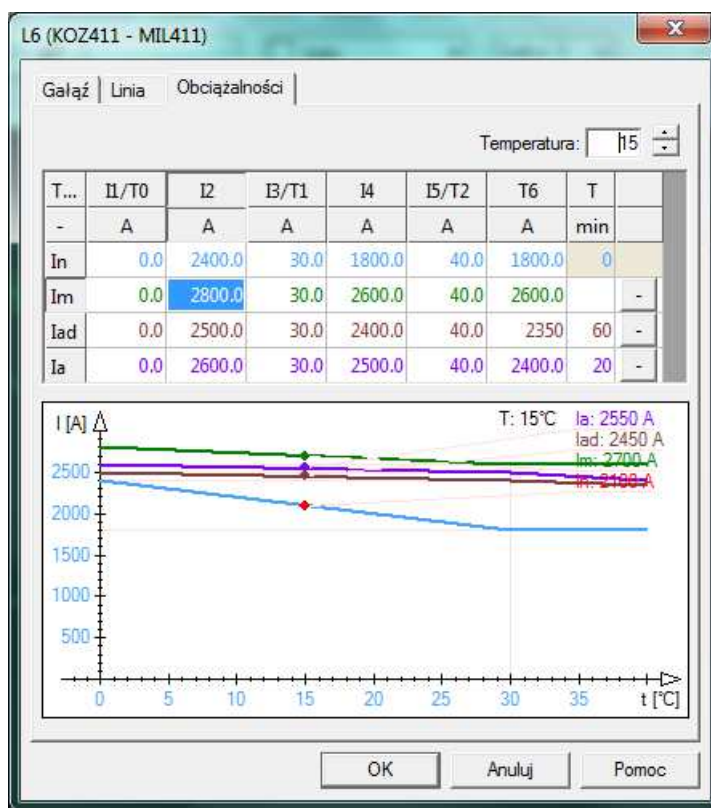
- H - wysokość zawieszenia przewodów na słupie, m,
- D - odległość między słupami – szerokość przęsła, m,
- f - zwis przewodu, m,
- h - wysokość przewodu nad ziemią w najniższym punkcie, m.

Zwis przewodu wynika z właściwości mechanicznych, głównie linki stalowej, będącej zabezpieczeniem mechanicznym przed zerwaniem się przewodu. Należy zauważyć, że mamy do czynienia z naturalnym zwisem wynikającym ze współczynnika rozszerzalności cieplnej stali, która jest zależna od temperatury otoczenia – zimą te naturalne zwisy są mniejsze, a latem większe. Jeśli dołożymy do tego przepływ prądu przez przewód, co powoduje dodatkowe nagrzewanie się przewodów to zwis przewodu będzie się zwiększał, ponadto zimą porą chłodzenie przewodów jest większe. Reasumując widać, że zwis przewodu wyraźnie zależy od warunków atmosferycznych jak i obciążenia linii przepływającym prądem. Generalnie dopuszczalne obciążenie linii prądem zależy od odległości przewodu w najniższym punkcie do ziemi w krytyczny przęsle – wysokość h limituje dopuszczalne obciążenie linii.

W krajowej elektroenergetyce rozróżnia się następujące dopuszczalne obciążalności prądowe, zależne od temperatury otoczenia:

- I_n** - dopuszczalna obciążalność zależna od temperatury w warunkach normalnych, A,
- I_a** - dopuszczalna obciążalność w warunkach awaryjnych, w określonym czasie np. 30 minut, A,
- I_{ad}** - dopuszczalna obciążalność w warunkach awaryjnych, w określonym znacznie dłuższym czasie, A,
- I_m** - dopuszczalna obciążalność linii tzw. monitorowanych, okresowo mierzone są zwisy przewodów w krytycznych przęsłach, A.

Przykładowe obciążalności linii 400 kV przedstawia (Rys.1.14)

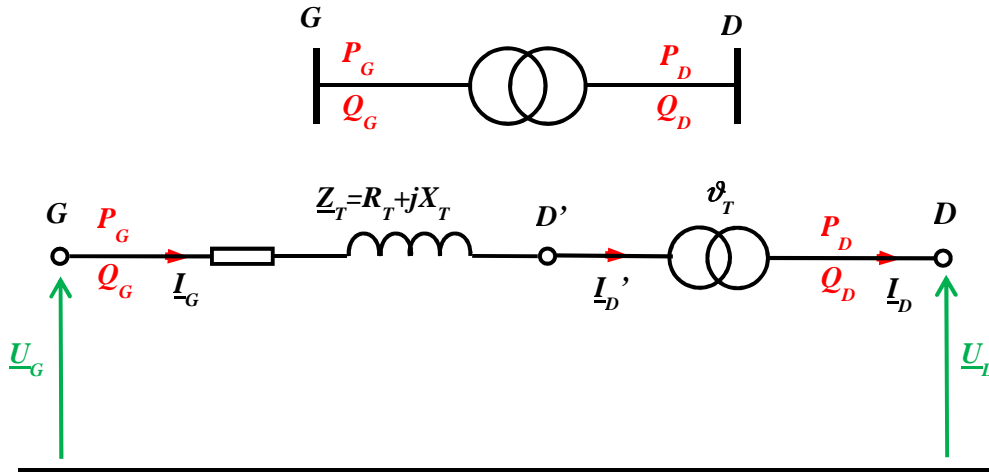


Rys.1.14. Przykładowe obciążalności linii przesyłowej 400 kV

2. Praca transformatora

2.1. Obliczanie przepływów mocy w transformatorze

Modelem transformatora elektroenergetycznego w symetrycznym stanie obciążenia jest czwórnik typu π jak na (Rys.2.1), (pominięto straty w żelazie i gałąź magnesującą).



Rys.2.1. Transformator i jego schemat zastępczy

Parametry elektryczne transformatora oblicza się na podstawie następujących wzorów:

$$R_T, [\Omega] = \frac{\Delta P_{Cu} [kW] \cdot U_{nG}^2 [kV]}{1000 \cdot S_n^2 [MVA]} \quad X_T [\Omega] = \frac{\Delta U_z [\%] \cdot U_{nG}^2 [kV]}{100 \cdot S_n [MVA]} \quad \vartheta_T = \frac{U_{nG} [kV]}{U_{nD} [kV]} \quad (2.1)$$

Jeśli dane będą wartości napięć \underline{U}_G oraz \underline{U}_D na zaciskach transformatora, przy czym są to wielkości zespolone to w układzie algebraicznym jest:

$$\underline{U}_G = |\underline{U}_G| e^{j\delta_G} = |\underline{U}_G| (\cos \delta_G + j \sin \delta_G) = E_G + jF_G$$

$$\underline{U}_D = |\underline{U}_D| e^{j\delta_D} = |\underline{U}_D| (\cos \delta_D + j \sin \delta_D) = E_D + jF_D$$

to na podstawie prawa Ohma można obliczyć prąd I_G :

$$\underline{I}_G = \frac{\underline{U}_G - \underline{U}_D \cdot \vartheta_T}{R_T + jX_T} \quad (2.2)$$

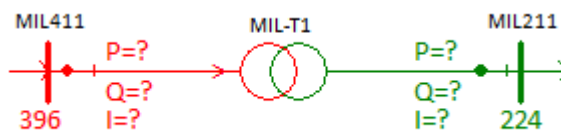
a następnie moce wpływające i wypływające z transformatora:

$$\underline{S}_G = P_G + jQ_G = \underline{U}_G \cdot \underline{I}_G^* \quad \underline{S}_D = P_D + jQ_D = \underline{U}_D \cdot (\underline{I}_G \cdot \vartheta_T)^* \quad (2.3)$$

gdzie symbol '*' oznacza liczbę sprzężoną..

2.1.1. Przykład obliczeń przepływu mocy w transformatorze

Weźmy pod uwagę transformator **MIL-T1** 400/220 kV jak na (Rys 2.2) w stacji **MIL** pomiędzy szynami **MIL411** a **MIL211** o danych katalogowych jak niżej.



Rys 2.2. Transformator w stacji MIL

Parametry katalogowe transformatora:

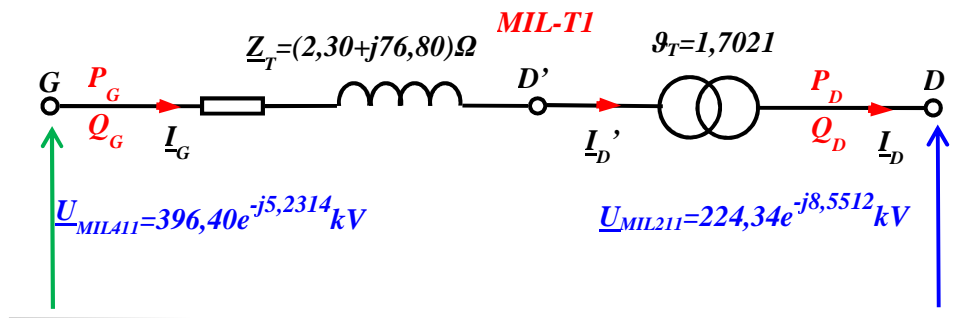
$$S_n = 250 \text{ MVA} \quad U_{nG}/U_{nD} = 400/235 \text{ kV/kV} \quad \Delta U_z = 12 \% \quad \Delta P_{Cu} = 900 \text{ kW}$$

Parametry elektryczne transformatora:

$$R_T = \frac{\Delta P_{Cu} \cdot U_{nG}^2}{1000 \cdot S_n^2} = \frac{900 \cdot 400^2}{1000 \cdot 250^2} = 2,30 \ \Omega \quad X_T = \frac{\Delta U_z \cdot U_{nG}^2}{100 \cdot S_n} = \frac{12 \cdot 400^2}{100 \cdot 250} = 76,80 \ \Omega$$

$$\vartheta_T = \frac{U_{nG}}{U_{nD}} = \frac{400}{235} = 1,7021 \text{ kV/kV}$$

Dla transformatora o parametrach elektrycznych jak wyżej i wartościach napięć na końcach transformatora jak na (Rys.2.3), należy obliczyć prądy i moce zaznaczone kolorem czerwonym



Rys.2.3. Dane do obliczeń przepływu mocy w transformatorze

Dane:

$$R_{MIL-T1} = 2,30 \ \Omega, \quad X_{MIL-T1} = 76,80 \ \Omega, \quad \vartheta_{MIL-T1} = 1,7021 \text{ kV/kV}$$

$$\underline{U}_{MIL411} = 396,40 \text{ kV} \cdot e^{-j5,2314^\circ}$$

$$\underline{U}_{MIL211} = 224,34 \text{ kV} \cdot e^{-j8,5512^\circ}$$

Obliczenia:

Napięcia przeliczone z układu biegunowego na układ algebraiczny:

$$\underline{U}_{MIL411} = 396,40 \text{ kV} \cdot e^{-j5,2314^\circ} = 396,40 \cdot (\cos(-5,2314) + j\sin(-5,2314)) = (394,75 - j36,14) \text{ kV}$$

$$\underline{U}_{MIL211} = 224,43 \text{ kV} \cdot e^{-j8,5512^\circ} = 224,43 \cdot (\cos(-8,5512) + j\sin(-8,5512)) = (221,85 - j33,36) \text{ kV}$$

Napięcia fazowe:

$$\underline{U}_{MIL411}^{fazowe} = \frac{(394,75 - j36,14)}{\sqrt{3}} = (227,91 - j20,87) \text{ kV}$$

$$\underline{U}_{MIL11}^{fazowe} = \frac{(221,85 - j33,36)}{\sqrt{3}} = (128,08 - j19,26) \text{ kV}$$

Prąd w transformatorze po stronie górnej I_G :

$$\begin{aligned} I_G &= \frac{(U_{MIL411} - U_{MIL411} \cdot \vartheta_{MIL-T1})}{R_{MIL-T1} + jX_{MIL-T1}} = \frac{(227,91 - j20,87) - (128,08 - j19,26) \cdot 1,7021}{2,30 + j76,80} = \frac{9,894 + j11,914}{2,30 + j76,80} \\ &= \frac{(9,894 + j11,914) \cdot (2,30 - j76,80)}{2,30^2 + 76,80^2} \\ &= \frac{(9,894 \cdot 2,30 + 11,914 \cdot 76,80) + j(11,914 \cdot 2,30 - 9,894 \cdot 76,80)}{5903,55} = \frac{937,83 - j732,40}{5903,55} \\ &= (0,159 - j0,124) \text{ kA} \end{aligned}$$

$$|I_G| = \sqrt{159^2 + 124^2} = 201,6 \text{ A}$$

Prąd w transformatorze po stronie dolnej I_D :

$$I_D = I_G \cdot \vartheta_T = (0,159 - j0,124) \cdot 1,7021 = (0,270 - j0,211) \text{ kA}$$

$$|I_D| = \sqrt{270^2 + 211^2} = 343,1 \text{ A}$$

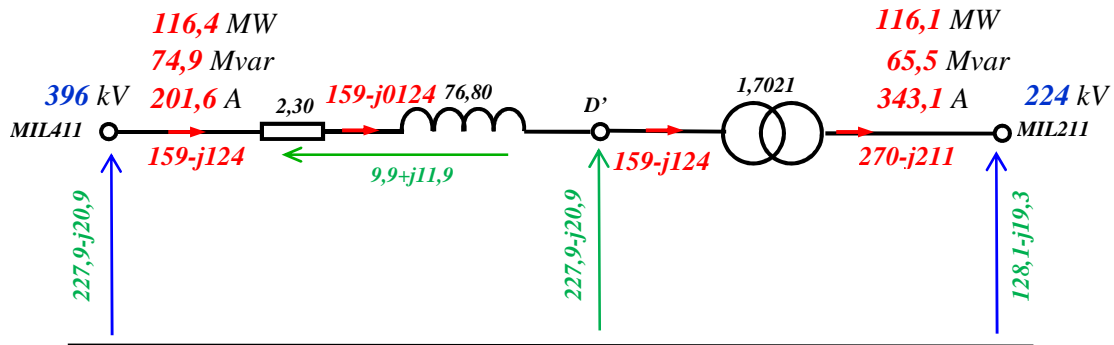
Moc wpływająca do transformatora po stronie górnej S_G :

$$\begin{aligned} S_G &= \sqrt{3} \cdot U_G \cdot I_G^* = \sqrt{3} \cdot (394,75 - j36,14) \cdot (0,159 + j0,124) \\ &= \sqrt{3} \cdot [(394,75 \cdot 0,159 + 36,14 \cdot 0,124) + j(394,75 \cdot 0,124 - 36,14 \cdot 0,159)] \\ &= 116,4 \text{ MW} + j74,9 \text{ Mvar} \end{aligned}$$

Moc wypływająca z transformatora po stronie dolnej S_D :

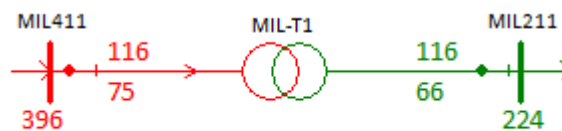
$$\begin{aligned} S_D &= \sqrt{3} \cdot U_D \cdot I_D^* = \sqrt{3} \cdot (221,85 - j33,36) \cdot (0,270 + j0,211) \\ &= \sqrt{3} \cdot [(221,85 \cdot 0,270 + 33,36 \cdot 0,211) + j(221,85 \cdot 0,211 - 33,36 \cdot 0,270)] \\ &= 116,1 \text{ MW} + j65,5 \text{ Mvar} \end{aligned}$$

Szczegółowe wyniki obliczeń przepływu mocy w transformatorze: napięcia, moce i prądy przedstawia (Rys.2.4).



Rys.2.4. Szczegółowe wyniki obliczeń przepływu mocy przez transformator

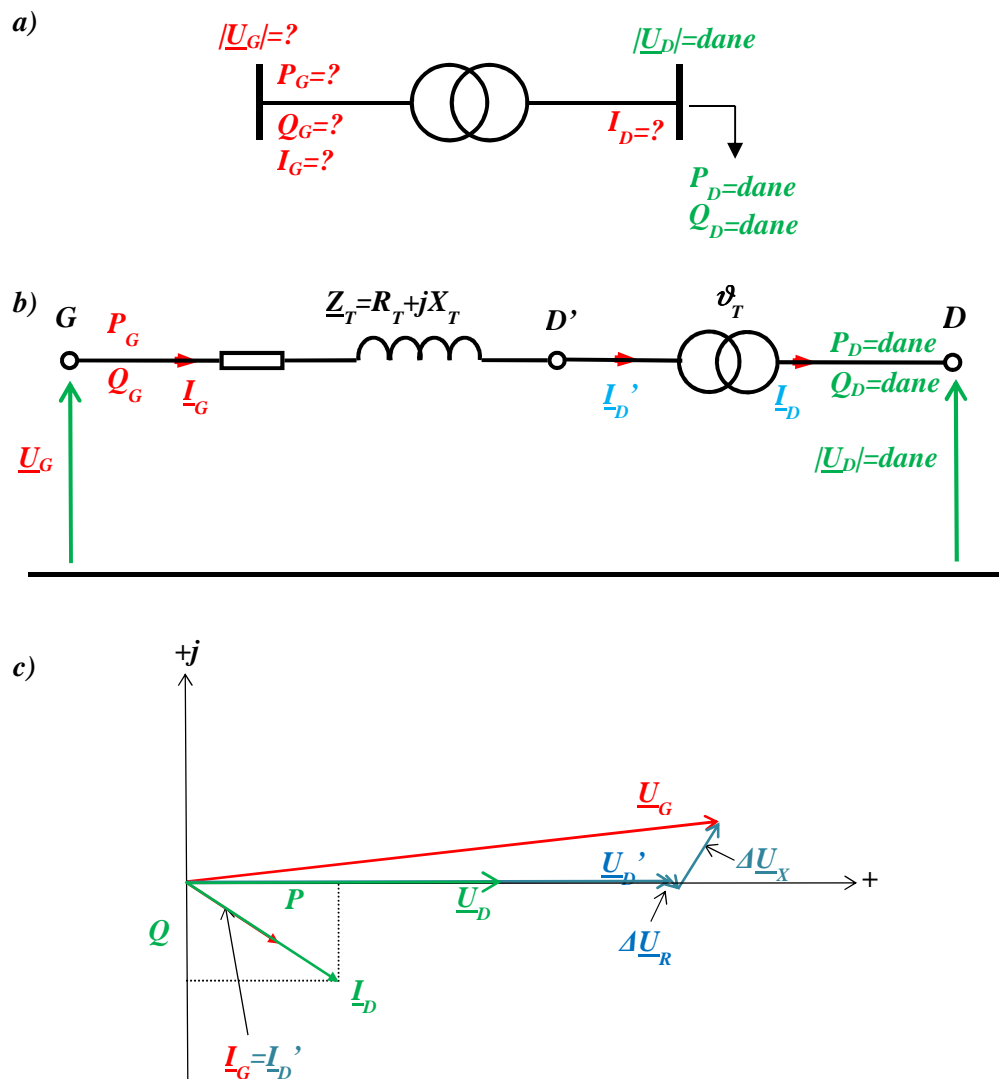
Wyniki obliczeń – wskazania przyrządów pomiarowych przedstawia (Rys 2.5).



Rys 2.5. Wyniki obliczeń

2.2. Wykres wektorowy pracy transformatora

Wykres wektorowy, pozwala na rozwiązanie graficzne następującego zadania: dane jest napięcie $|\underline{U}_D|$ (moduł napięcia fazowego) na jednej stronie transformatora, na przykład po stronie dolnego napięcia i obciążenie transformator po stronie dolnej $S_D = P_D + jQ_D$. (trójfazowa moc czynna i bierna indukcyjna odbierana od transformatora). Należy obliczyć napięcie na początku transformatora (po stronie górnej) oraz prąd i moc wpływającą do transformatora.



Rys.2.6. Wykres wektorowy transformatora, a) transformator, b) schemat zastępczy, c) wykres wektorowy transformatora przy obciążeniu indukcyjnym

Przykładowy wykres wektorowy linii przedstawia (Rys.2.6). Zasady tworzenia wykresu wektorowego są następujące:

1. Na płaszczyźnie liczb zespolonych w osi liczb rzeczywistych rysujemy w odpowiedniej skali napięciowej (kV/mm) wektor o długości $|\underline{U}_D|$ odpowiadającej zadanej wartości modułu napięcia fazowego na stronie dolnej transformatora, którego wartość liczbową jest:

$$\underline{U}_D = \underline{U}_D e^{j\delta_D = 0} \Leftrightarrow \underline{U}_D = U_D + j0 = U_D \quad (2.4)$$

2. Z zadanej wartości mocy obciążenia linii $S_D = P_D + jQ_D$. (Rys.2.6) i zadanej wartości napięcia \underline{U}_D oblicza się prąd czynny i bierny z godnie ze wzorem (2.5):

$$\underline{I}_D = \left(\frac{P_D + jQ_D}{\sqrt{3} \cdot \underline{U}_D} \right)^* = I_a + j(I_b < 0) \quad (2.5)$$

Przy obciążeniu indukcyjnym prąd opóźnia się w odniesieniu do napięcia, więc część urojona I_b w relacji (2.5) powinna być ujemna, a przy obciążeniu pojemnościowym dodatnia - wyprzedza napięcie. W skali prądowej (A/mm) rysujemy wektor (Rys.2.6) odpowiadający wektorowi prądu \underline{I}_D , (prądy wyrażamy w amperach).

3. Z prądami i napięciami strony dolnej przechodzimy na stronę górną transformatora. Mnożymy napięcie przez przekładnię transformatora ϑ_T , a prąd dzielimy przez tą przekładnię;

$$\underline{U}'_D = \underline{U}_D \cdot \vartheta_T \quad \underline{I}'_D = \frac{\underline{I}_D}{\vartheta_T} = \underline{I}_G \quad (2.6)$$

4. Można teraz obliczyć napięcie $\Delta \underline{U}_R$ na rezystancji transformatora:

$$\Delta \underline{U}_R = R_T \cdot \underline{I}'_D \quad (2.7)$$

5. Oblicza się napięcie $\Delta \underline{U}_X$ na reaktancji transformatora:

$$\Delta \underline{U}_X = jX_T \cdot \underline{I}'_D \quad (2.8)$$

Do wektora \underline{U}'_D dodajemy wektor $\Delta \underline{U}_R$ i wektor $\Delta \underline{U}_X$.

6. Wektor wyprowadzony z początku układu współrzędnych do końca wektora $\Delta \underline{U}_X$ jest wektorem napięcia \underline{U}_G na początku transformatora – zgodnie z prawem Kirchoffa jest sumą wektorów:

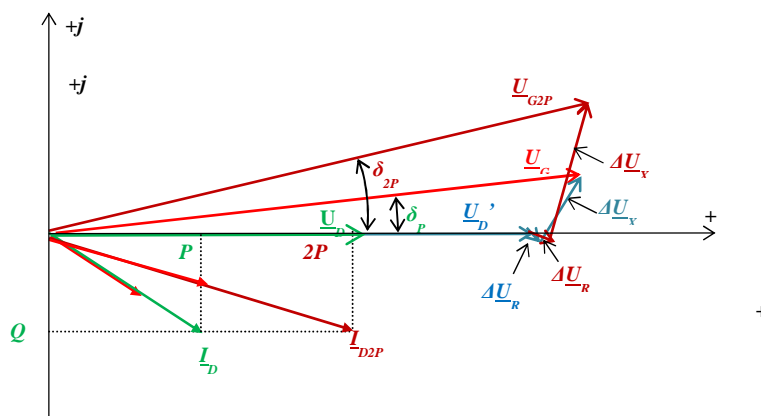
$$\underline{U}_G = \underline{U}'_D + \Delta \underline{U}_R + \Delta \underline{U}_X \quad (2.9)$$

7. Moc wpływająca do transformatora po stronie górnej:

$$\underline{S}_G = \sqrt{3} \cdot \underline{U}_G \cdot \underline{I}_G^* = P_G + jQ_G \quad (2.10)$$

2.3. Analiza pracy transformatora na podstawie wykresu wektorowego

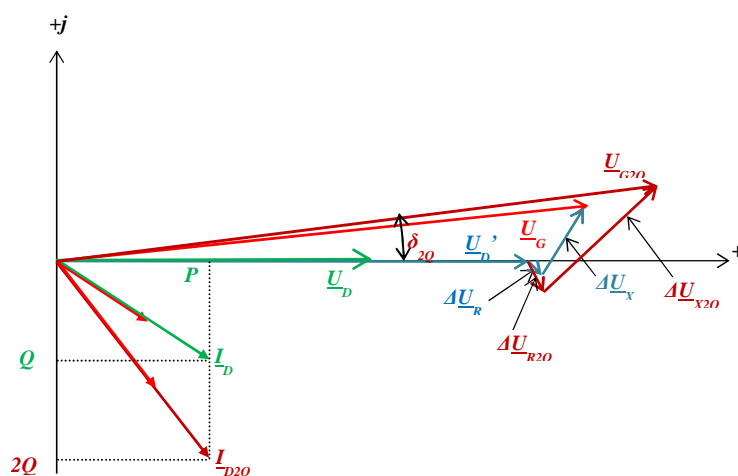
Przeanalizujemy teraz na wykresach wektorowych zmianę mocy obciążenia transformatora. W pierwszej kolejności założmy że zwiększyła się np. dwukrotnie moc czynna obciążenia, a moc bierna nie uległa zmianie. Wykres wektorowy po zmianie obciążenia P na $2P$ jest jak na (Rys.2.7).



Rys.2.7. Wykres wektorowy pracy transformatora przy zwiększonym dwukrotnie przepływie mocy czynnej

Jak widać z wykresu wektorowego prąd obciążenia przedłuża się wzdłuż osi liczb rzeczywistych, a ponieważ reaktancja transformatora jest kilkakrotnie większa od rezystancji do dominujący jest wzrost napięcia ΔU_X na reaktancji transformatora i to powoduje, że koniec wektora napięcia \underline{U}_G przesuwają się do góry. Zatem wzrost obciążenia mocą czynną transformatora powoduje ‘rozchylenie’ się wektorów napięć co widać porównując na wykresie kąty δ_P i δ_{2P} .

Założmy teraz, że zwiększyła się np. dwukrotnie moc bierna obciążenia, a moc czynna nie uległa zmianie. Wykres wektorowy po zmianie obciążenia Q na $2Q$ jest jak na (Rys.2.8).



Rys.2.8. Wykres wektorowy pracy transformatora przy zwiększonym dwukrotnie przepływie mocy biernej

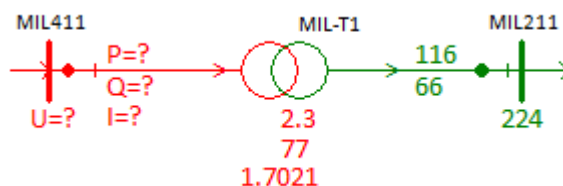
Jak widać z wykresu wektorowego na (Rys.2.8) prąd obciążenia przedłuża się w dół osi liczb urojonych, a trójkąt napięć $\Delta \underline{U}_R, \Delta \underline{U}_X$ zwiększa się i 'kładzie' się na osi liczb rzeczywistych, stąd koniec wektora napięcia \underline{U}_G przesuwa się też wzdłuż osi liczb rzeczywistych – zwiększa się moduł tego napięcia przy nieznacznej zmianie kąta δ_{2p} .

Wniosek:

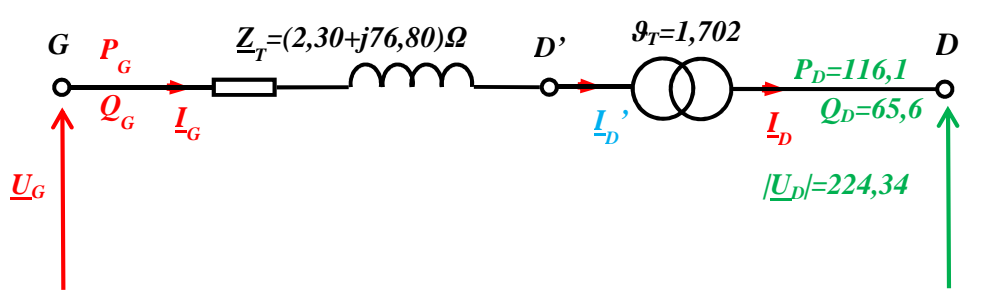
Zmiana przepływu mocy czynnej przez transformator rozchyła wektory napięć, a zmiana przepływu mocy biernej zmienia moduły napięć i odwrotnie: zmiana modułów napięć (zmiana przekładni – zmiana liczby czynnych zwojów) zmienia przepływ mocy biernej a zmiana przepływu mocy czynnej musi być wymuszona zmianą rozchylenia wektorów napięć – regulacją kątową przekładni transformatora.

2.3.1. Przykład obliczeń wykresu wektorowego transformatora

Dla transformatora o parametrach katalogowych jak w poprzednim przykładzie należy sporządzić wykres wektorowy dla zadanego obciążenia $P_D=115,7 \text{ MW}$ oraz $Q_D=63,8 \text{ Mvar}$ i napięciu dolnym $U_D=224 \text{ kV}$. Szczegółowe dane do obliczeń przedstawia (Rys.2.10).



Rys 2.9. Transformator w stacji MIL



Rys.2.10.Dane do obliczenia wykresu wektorowego transformatora

Dane:

$$R_{MIL-T1} = 2,30 \Omega, \quad X_{MIL-T1} = 76,80 \Omega, \quad \vartheta_{MIL-T1} = 1,702 \text{ kV/kV}$$

$$\underline{U}_{MIL211} = 224,34 \text{ kV} \cdot e^{-j8,5511^\circ}$$

$$P_{MIL211} = 116,1 \text{ MW} \quad Q_{MIL211} = 65,6 \text{ Mvar}$$

Obliczenia:

1. Napięcie \underline{U}_D na stronie dolnej transformatora (do wykresu wektorowego przyjmujemy kąt zerowy wektora napięcia):

$$\underline{U}_D = 224,34 \text{ kV} \cdot e^{-j8,5511^\circ \rightarrow 0^\circ} = (224,34 + j0) \text{ kV}$$

2. Prąd obciążenia transformatora strony dolnej:

$$\underline{I}_D = \left(\frac{P_D + jQ_D}{\sqrt{3} \cdot \underline{U}_D} \right)^* = I_a + jI_b = \frac{116,1 - j65,6}{\sqrt{3} \cdot (224,34 - j0)} = (0,299 - j0,169) \text{ kA}$$

3. Prądy i napięcia ze strony dolnej należy przeliczyć stronę górną transformatora:

$$\underline{I}'_D = \frac{\underline{I}_D}{\vartheta_T} = \underline{I}_G = \frac{0,299 - j0,169}{1,7021} = (0,17554 - j0,09904) \text{ kA}$$

$$\underline{U}'_D = \underline{U}_D \cdot \vartheta_T = (224,34 + j0) \cdot 1,7021 = (381,849 + j0) \text{ kV}$$

4. Można teraz obliczyć napięcie $\Delta \underline{U}_R$ na rezystancji transformatora:

$$\Delta \underline{U}_R = \sqrt{3} \cdot R_T \cdot \underline{I}'_D = \sqrt{3} \cdot 2,30 \cdot (0,17554 - j0,09904) = (0,699 - j0,395) \text{ kV}$$

5. Napięcie $\Delta \underline{U}_X$ na reaktancji transformatora:

$$\Delta \underline{U}_X = \sqrt{3} \cdot X_T \cdot \underline{I}'_D = \sqrt{3} \cdot 76,8 \cdot (0,17554 - j0,09904) = (13,174 + j22,351) \text{ kV}$$

Do wektora \underline{U}'_D dodajemy wektor $\Delta \underline{U}_R$ i wektor $\Delta \underline{U}_X$.

6. Wektor wyprowadzony z początku układu współrzędnych do końca wektora $\Delta \underline{U}_X$ jest wektorem napięcia \underline{U}_G na początku transformatora – zgodnie z prawem Kirchoffa jest sumą wektorów:

$$\underline{U}_G = \underline{U}'_D + \Delta \underline{U}_R + \Delta \underline{U}_X = (381,849 + j0) + (0,699 - j0,395) + (13,174 + j22,351) = (395,72 + j22,96) \text{ kV}$$

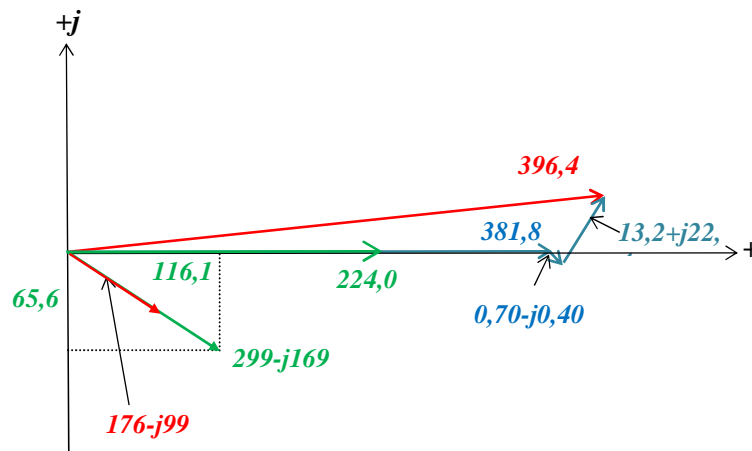
$$|\underline{U}_G| = \sqrt{395,72^2 + 22,96^2} = 396,4 \text{ kV}$$

Moc wpływająca do transformatora po stronie górnej:

$$\begin{aligned} \underline{S}_G &= \sqrt{3} \cdot \underline{U}_G \cdot \underline{I}_G^* = \sqrt{3} \cdot (395,72 + j22,96) \cdot (0,17554 + j0,09904) = \\ &= \sqrt{3} \cdot [(395,72 \cdot 0,17554 - 22,96 \cdot 0,09904) + j(394,743 \cdot 0,0966 + 22,926 \cdot 0,175)] = \\ &= \mathbf{116,4 \text{ MW} + j74,94 \text{ Mvar}} \end{aligned}$$

Wyniki:

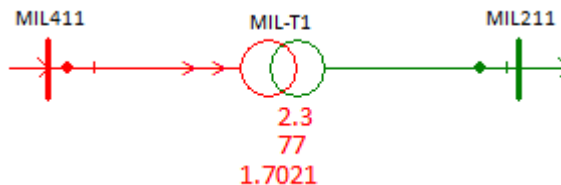
Wyniki liczbowe obliczeń przedstawione są na (Rys.2.11). Na rysunku tym przedstawiono prądy w amperach, napięcia międzyprzewodowe w kV, a moce trójfazowe w MW i Mvar.



Rys.2.11. Wykres wektorowy transformatora z wynikami obliczeń

2.3.2. Macierz admitancyjna transformatora - przykład obliczeń

Dla transformatora 400/220 kV *MIL-T1* przyłączonego do szyn *MIL411* (napięcie górne) i *MIL211* (napięcie dolne) o parametrach impedancyjnych jak (Rys.1.1), należy obliczyć macierz admitancyjną węzłową – macierz admitancji własnych i wzajemnych. Macierz ta wynika z obwodu elektrycznego wynikającego ze schematu zastępczego transformatora jak na (Rys.2.1).



Rys 2.12. Transformator MIL-T1

Dane:

$$R_{MIL-T1} = 2,304 \, \Omega, \quad X_{MIL-T1} = 76,800 \, \Omega, \quad (\text{odniesione do napięcia 400 kV})$$

$$\vartheta_{MIL-T1} = \frac{400}{235} = 1,7021 \, \text{kV/kV}$$

Obliczenia:

$$\underline{Y}_{MIL-T1} = \begin{matrix} & \begin{matrix} MIL411 & MIL211 \end{matrix} \\ \begin{matrix} MIL411 \\ MIL211 \end{matrix} & \begin{bmatrix} \frac{1}{Z_T} & -\frac{1}{Z_T} \cdot \vartheta_T \\ -\frac{1}{Z_T} \cdot \vartheta_T & \frac{-1}{Z_T} \cdot \vartheta_T^2 \end{bmatrix} \end{matrix} =$$

Admitancja transformatora MIL-T1:

$$\frac{1}{Z_T} = \frac{1}{R_T + jX_T} = \frac{1}{2,304 + j76,800} = \frac{1 \cdot (2,30 - j76,80)}{2,304^2 + 76,800^2} = \frac{2,30 - j76,80}{5903,53} = (0,000390 - j0,013009) \, S$$

Admitancja własna węzła *MIL411*:

$$\underline{Y}_{MIL411, MIL411} = \frac{1}{Z_T} = (0,000390 - j0,013009) \, S$$

Admitancje wzajemne *MIL411-MIL211*:

$$\underline{Y}_{MIL411, MIL211} = \underline{Y}_{MIL211, MIL411} = -\frac{1}{Z_T} \cdot \vartheta_T = -(0,000390 - j0,013009) \cdot 1,7021 = (-0,000664 + j0,022143) \, S$$

Admitancja własna węzła *MIL211*:

$$\underline{Y}_{MIL211, MIL211} = \frac{1}{Z_T} \cdot \vartheta_T^2 = (0,000390 - j0,013009) \cdot 1,7021^2 = (0,001130 - j0,037690) \, S$$

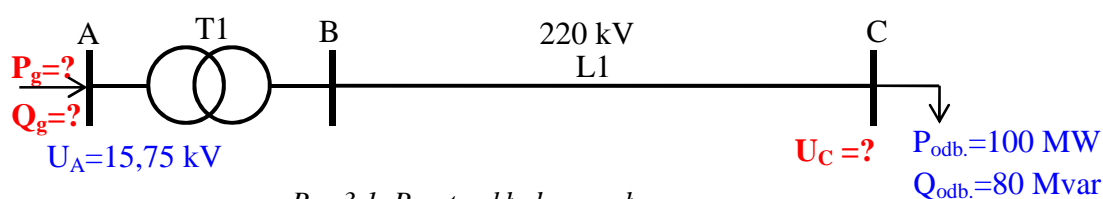
Wynik:

Macierz admitancyjna węzłowa transformatora *MIL-T1* jest:

$$\underline{Y}_{MIL-T1} = \begin{matrix} & \begin{matrix} MIL411 & MIL211 \end{matrix} \\ \begin{matrix} MIL411 \\ MIL211 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0,000390 & -0,000664 \\ -j0,013009 & j0,022143 \\ -0,000634 & 0,001130 \\ j0,022143 & -j0,037690 \end{bmatrix} \end{matrix} \, S$$

3. Obliczenia pracy prostego układu przesyłowego

Weźmy pod uwagę prosty układ przesyłowy składający się z linii i transformatora jak na (Rys 3.1).



Rys 3.1. Prosty układ przesyłowy

Dane są parametry impedancyjne linii i transformatora, a ponadto zadane jest napięcie w punkcie A (na szynach generatora zasilającego układ) oraz obciążenie układu na końcu (na szynach C) i należy obliczyć napięcie na końcu układu i moc dostarczaną do układu przez generator. Należy zauważyć, że w tym przypadku dane jest napięcie na początku układu przesyłowego i moc na końcu. Aby obliczyć napięcie na końcu, należy obliczyć prąd płynący w układzie, a następnie straty napięcia na impedancji transformatora i linii. Prąd płynący w układzie zależy od mocy obciążenia, ale z tej mocy nie można obliczyć, gdyż nie znane jest napięcie w węzle obciążenia C. Nie można też obliczyć w węzle A – dane jest napięcie, ale nieznaną moc. Zadanie to można rozwiązać metodą kolejnych przybliżeń.

Parametry transformatora:

$$S_n = 250 \text{ MVA}, \quad \vartheta_T = 15/231 \text{ kV/kV} \quad \Delta U_z 12 \% \quad \Delta P_{Cu} = 0,40 \%$$

Parametry linii przesyłowej:

$$R' = 0,05 \Omega/\text{km}, \quad X' = 0,40 \Omega/\text{km}, \quad l = 100 \text{ km},$$

Obliczenie parametrów elektrycznych transformatora:

$$\Delta P_{Cu, kW} = \frac{\Delta P_{Cu, \%} \cdot S_{n, MVA}}{100} \cdot 1000 = \frac{0,40 \cdot 250}{100} \cdot 1000 = 1000 \text{ kW}$$

$$R_T = \frac{\Delta P_{Cu, kW} \cdot U_{n, kV}^2}{1000 \cdot S_{n, MVA}^2} = \frac{1000 \cdot 15^2}{1000 \cdot 250^2} = 0,0036 \Omega$$

$$X_T = \frac{\Delta U_{c, \%} \cdot U_{n, kV}^2}{100 \cdot S_{n, MVA}^2} = \frac{12 \cdot 15^2}{100 \cdot 250} = 0,1080 \Omega$$

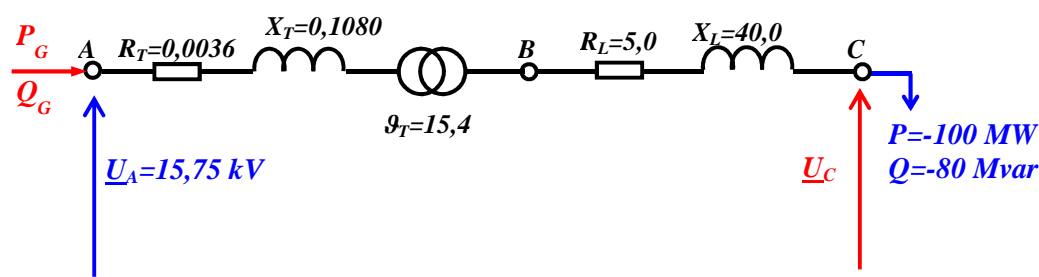
$$\vartheta_T = \frac{U_{G, kV}}{U_{D, kV}} = \frac{235}{15,75} = 15,4$$

Obliczenie parametrów elektrycznych linii przesyłowej:

$$R_L = R' \cdot l = 0,05 \cdot 100 = 5 \Omega$$

$$X_L = X' \cdot l = 0,40 \cdot 100 = 40 \Omega$$

Schemat zastępczy prostego układu przesyłowego przedstawia (Rys 3.2)



Rys 3.2. Schemat zastępczy prostego układu przesyłowego

W schemacie zastępczym impedancje odniesione do różnych poziomów napięciowych – parametry elektryczne transformatora odniesione są do napięcia 15,75 kV, a parametry linii do napięcia 220 kV. Należy te impedancje odnieść do jednego napięcia – napięcia 220 kV.

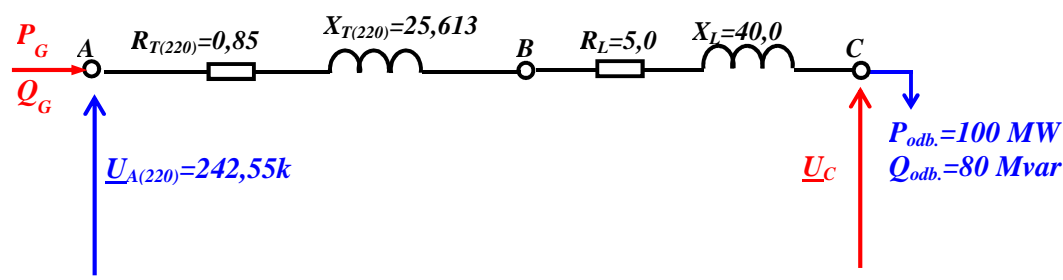
Sprowadzenie impedancji transformatora do napięcia 220 kV:

$$R_{T(220)} = R_T \cdot \vartheta_T^2 = 0,0036 \cdot 15,4^2 = 0,854 \Omega$$

$$X_{T(220)} = X_T \cdot \vartheta_T^2 = 0,108 \cdot 15,4^2 = 25,613 \Omega$$

$$U_{A(220)} = U_A \cdot \vartheta_T = 15,75 \cdot 15,4 = 242,55 \text{ kV}$$

Zastępczy schemat sprowadzony do napięcia 220 kV jest jak na



Rys 3.3. Schemat sprowadzony do napięcia 220 kV

Wypadkowa impedancja pomiędzy węzłami A-D wynosi:

$$R_{A-C} = R_{T(220)} + R_L = 0,854 + 5,0 = 5,854 \Omega$$

$$X_{A-C} = X_{T(220)} + X_L = 25,613 + 40 = 65,613 \Omega$$

$$\underline{Z}_{A-C} = R_{A-C} + jX_{A-C} = (5,854 + j25,613) \Omega$$

Obliczenia właściwe:

Krok 1:

➤ przyjmujemy: $\underline{U}_C^{(0)} = \underline{U}_{A(220)} = (242,55 + j0) \text{ kV}$

➤ obliczamy prąd na podstawie zadanej mocy i przyjętego napięcia:

$$\underline{I}^{(1)} = I_a^{(1)} + jI_b^{(1)} = \frac{P_{odb.} - jPQ_{odb.}}{\underline{U}_C^{(1)*}} = \frac{100 - j80}{242,55 - j0} = (0,4123 - j0,3398) \text{ kA}$$

➤ obliczamy stratę napięcia na impedancji transformatora i linii:

$$\begin{aligned} \Delta \underline{U}_{A-C} &= (R_{A-C} + jX_{A-C}) \cdot (I_a^{(1)} + jI_b^{(1)}) = (5,854 + j25,613) \cdot (0,4123 - j0,3398) \\ &= (5,854 \cdot 0,4123 + 25,613 \cdot 0,3398) + j(25,613 \cdot 0,4123 - 5,854 \cdot 0,3398) \\ &= 24,05 + j25,12 \end{aligned}$$

➤ korygujemy napięcie U obliczamy stratę napięcia na impedancji transformatora i linii:

$$\underline{U}_C^{(1)} = \underline{U}_{A(220)} - \Delta \underline{U}_{A-C} = (242,55 + j0) - (24,05 + j25,12) = (218,50 - j25,12) \text{ kV} = 219,93 \text{ kV} \cdot e^{-j6,559^\circ}$$

Krok 2:

➤ przyjmujemy: $\underline{U}_C^{(2)} = (218,50 - j25,12) \text{ kV}$

➤ obliczamy prąd na podstawie zadanej mocy i przyjętego napięcia:

$$\underline{I}^{(2)} = I_a^{(2)} + jI_b^{(2)} = \frac{P_{odb.} - jPQ_{odb.}}{\underline{U}_C^{(2)*}} = \frac{100 - j80}{218,50 - j25,12} = (0,4102 - j0,4133) \text{ kA}$$

➤ obliczamy stratę napięcia na impedancji transformatora i linii:

$$\Delta \underline{U}_{A-C} = (R_{A-C} + jX_{A-C}) \cdot (I_a^{(2)} + jI_b^{(2)}) = (5,854 + j25,613) \cdot (0,4102 - j0,4133) = 29,52 + j24,49$$

➤ korygujemy napięcie U obliczamy stratę napięcia na impedancji transformatora i linii:

$$\underline{U}_C^{(2)} = \underline{U}_{A(220)} - \Delta \underline{U}_{A-C} = (242,55 + j0) - (29,52 + j24,49) = (213,03 - j24,49) \text{ kV} = 214,43 \text{ kV} \cdot e^{-j6,559^\circ}$$

Krok 3:

$$\underline{I}^{(3)} = I_a^{(3)} + jI_b^{(3)} = \frac{P_{odb.} - jPQ_{odb.}}{\underline{U}_C^{(3)*}} = \frac{100 - j80}{213,03 - j24,49} = (0,4207 - j0,4239) \text{ kA}$$

$$\Delta \underline{U}_{A-C} = (R_{A-C} + jX_{A-C}) \cdot (I_a^{(3)} + jI_b^{(3)}) = (5,854 + j25,613) \cdot (0,4207 - j0,4239) = 30,28 + j25,12$$

$$\underline{U}_C^{(3)} = \underline{U}_{A(220)} - \Delta \underline{U}_{A-C} = (242,55 + j0) - (30,28 + j25,12) = (212,27 - j25,12) \text{ kV} = 213,76 \text{ kV} \cdot e^{-j6,749^\circ}$$

Widać już niewielką zmianę napięcia U_C . W kroku 6 i 7 wyniki są już takie same: $213,54 \text{ kV} \cdot e^{-j6,756^\circ}$ z pewną dokładnością. Ostatecznie możemy przyjąć wyniki z kroku trzeciego i obliczyć stan elektryczny układu przesyłowego:

$$U_C^{(3)} = (212,27 - j25,12) \text{ kV}$$

$$|U_C| = \sqrt{212,27^2 + 25,12^2} = 213,7 \text{ kV} \cdot$$

$$\underline{I}^{(3)} = (0,4206 - j0,4266) \text{ kA}$$

$$|I_L| = \frac{\sqrt{0,4206^2 + 0,4266^2}}{\sqrt{3}} = 346 \text{ A}$$

$$|\Delta U_L| = |Z_L| \cdot |I_L| = \sqrt{5^2 + 40^2} = 40,31 \cdot 0,599 = 24,15 \text{ kV} \cdot$$

$$\underline{U}_B = U_C^{(3)} + (R_L + jX_L) \cdot \underline{I} = (212,27 - j25,12) + (5 + j40)(0,4207 - j0,4266) = (231,44 - j10,43) \text{ kV}$$

$$|U_B| = \sqrt{231,44^2 + 10,43^2} = 231,7 \text{ kV}$$

$$\underline{I}_T = \underline{I}^{(3)} \cdot \vartheta_T = (0,4207 - j0,4266) \cdot 15,4 = (6,477 - j6,570) \text{ kA}$$

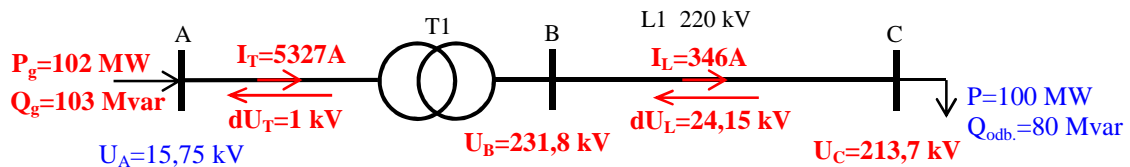
$$|I_T| = \frac{\sqrt{6,477^2 + 6,570^2}}{\sqrt{3}} = 5327 \text{ A}$$

$$|\Delta U_T| = |Z_T| \cdot |I_T| = \sqrt{0,0036^2 + 0,1088^2} = 0,10806 \cdot 9,227 = 1,00 \text{ kV} \cdot$$

$$\underline{U}_A = \frac{U_B}{\vartheta_T} + (R_T + jX_T) \cdot \underline{I}_T = \frac{231,97 - j10,42}{15,4} + (0,0036 + j0,1088) \cdot (6,479 - j6,570) = (15,762 + j0,001) \text{ kV}$$

$$|U_A| = \sqrt{15,762^2 + 0,001^2} = 15,76 \text{ kV}$$

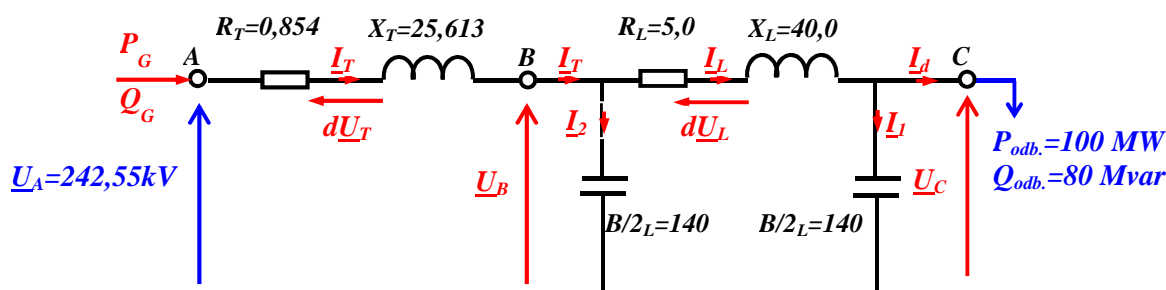
Wyniki obliczeń przedstawiono na schemacie na (Rys 3.4).



Rys 3.4. Wyniki obliczeń

4. Obliczenia pracy prostego układu przesyłowego – pełny schemat linii

Weźmy pod uwagę prosty układ przesyłowy składający się z linii i transformatora jak na (Rys 3.1) w poprzednim przykładzie obliczeniowym o takich samych parametrach elektrycznych. Dodatkowo należy uwzględnić pojemności doziemne linii przesyłowej. Załóżmy, że jednostkowa susceptancja linii przesyłowej 220 kV jest $2,8 \mu\text{S}/\text{km}$ – stąd dla linii o przyjętej poprzednio długości 100 km to $B/2=140 \mu\text{S}$. Zatem schemat zastępczy układu jest jak (Rys 4.1).



Rys 4.1. Schemat z pojemnościami linii

Zadanie jest takie jak poprzednio – dla zadanego napięcia na początku układu i obciążenia mocą na końcu należy obliczyć stan elektryczny układu. Obliczenia trzeba wykonywać iteracyjnie. W pierwszym kroku przyjmujemy wartość napięcia \underline{U}_C na końcu układu np. takie jak zadane \underline{U}_A , następnie obliczamy prądy płynące w obwodzie wynikające z zadanej mocy obciążenia i napięcia na impedancjach transformatora i linii, a na końcu korygujemy napięcie \underline{U}_C i ponownie powtarzamy cykl obliczeń.

Krok 1:

- przyjmujemy: $\underline{U}_C^{(1)} = \underline{U}_A = (242,55 + j0) \text{ kV}$
- obliczamy prąd \underline{I}_d na podstawie zadanej mocy i przyjętego napięcia:

$$\underline{I}_d^{(1)} = \underline{I}_a^{(1)} + j\underline{I}_b^{(1)} = \frac{P_{odb.} - jQ_{odb.}}{\underline{U}_C^{(1)*}} = \frac{100 - j80}{242,55 - j0} = (0,4123 - j0,3398) \text{ kA}$$
- obliczamy prąd pojemnościowy \underline{I}_1 :

$$\underline{I}_1^{(1)} = jB/2_L \cdot \underline{U}_C^{(0)} = j140 \cdot 10^{-6} \cdot (242,55 + j0) = (0 + j0,0340) \text{ kA}$$
- prąd w linii jest sumą prądu odbioru \underline{I}_d oraz prądu pojemnościowego \underline{I}_1 :

$$\underline{I}_L^{(1)} = \underline{I}_d^{(1)} + \underline{I}_1^{(1)} = (0,4123 - j0,3298) + (0 + j0,0340) = (0,4123 - j0,2958) \text{ kA}$$
- obliczamy napięcie na impedancji linii:

$$\Delta \underline{U}_L = (R_L + jX_L) \cdot \underline{I}_L^{(1)} = (5 + j40) \cdot (0,4123 - j0,2958) = (13,90 + j15,01) \text{ kV}$$
- obliczamy napięcie \underline{U}_B w punkcie B:

$$\underline{U}_B^{(1)} = \underline{U}_C^{(0)} + \Delta \underline{U}_L = (242,55 + j0) - (13,90 + j15,01) = (228,65 - j15,01) \text{ kV}$$
- obliczamy prąd pojemnościowy \underline{I}_2 :

$$\underline{I}_2^{(1)} = jB/2_L \cdot \underline{U}_B^{(01)} = j140 \cdot 10^{-6} \cdot (228,65 - j15,01) = (0,0021 + j0,0320) \text{ kA}$$
- prąd w transformatorze jest sumą prądu linii \underline{I}_L oraz prądu pojemnościowego \underline{I}_2 :

$$\underline{I}_T^{(1)} = \underline{I}_L^{(1)} + \underline{I}_2^{(1)} = (0,4123 - j0,2958) + (0,0021 + j0,0320) = (0,4144 - j0,2639) \text{ kA}$$
- obliczamy napięcie na impedancji transformatora:

$$\Delta \underline{U}_T = (R_T + jX_T) \cdot \underline{I}_T^{(1)} = (0,85 + j25,61) \cdot (0,4144 - j0,2936) = (7,11 + j10,39) \text{ kV}$$
- korygujemy napięcie \underline{U}_c :

$$\begin{aligned} \underline{U}_C^{(2)} &= \underline{U}_A - \Delta \underline{U}_T - \Delta \underline{U}_L = (242,55 + j0) - (7,11 + j10,39) - (13,90 + j15,01) = (221,54 - j25,40) \text{ kV} \\ &= 222,99 \text{ kV} \cdot e^{-j6,541^\circ} \end{aligned}$$

Krok 2:

- przyjmujemy: $\underline{U}_C^{(2)} = \underline{U}_A = (221,54 - j25,40) \text{ kV}$
- obliczamy prąd \underline{I}_d na podstawie zadanej mocy i przyjętego napięcia:

$$\underline{I}_d^{(2)} = \underline{I}_a^{(2)} + j\underline{I}_b^{(2)} = \frac{P_{odb.} - jPQ_{odb.}}{\underline{U}_C^{(2)*}} = \frac{100 - j80}{221,54 + j25,40} = (0,4047 - j0,4075) \text{ kA}$$
- obliczamy prąd pojemnościowy \underline{I}_1 :

$$\underline{I}_1^{(2)} = jB/2_L \cdot \underline{U}_C^{(2)} = j140 \cdot 10^{-6} \cdot (221,54 - j25,40) = (0,0036 + j0,0310) \text{ kA}$$
- prąd w linii jest sumą prądu odbioru \underline{I}_d oraz prądu pojemnościowego \underline{I}_1 :

$$\underline{I}_L^{(2)} = \underline{I}_d^{(2)} + \underline{I}_1^{(2)} = (0,4047 - j0,4075) + (0,0036 + j0,0310) = (0,4082 - j0,3765) \text{ kA}$$
- obliczamy napięcie na impedancji linii:

$$\Delta \underline{U}_L = (R_L + jX_L) \cdot \underline{I}_L^{(2)} = (5 + j40) \cdot (0,4082 - j0,3765) = (17,10 + j14,45) \text{ kV}$$
- obliczamy napięcie \underline{U}_B w punkcie B:

$$\underline{U}_B^{(2)} = \underline{U}_C^{(1)} + \Delta \underline{U}_L = (221,54 - j25,40) + (17,10 + j14,45) = (238,64 - j10,95) \text{ kV}$$
- obliczamy prąd pojemnościowy \underline{I}_2 :

$$\underline{I}_2^{(2)} = jB/2_L \cdot \underline{U}_B^{(2)} = j140 \cdot 10^{-6} \cdot (238,64 - j10,95) = (0,0015 + j0,0334) \text{ kA}$$
- prąd w transformatorze jest sumą prądu linii \underline{I}_L oraz prądu pojemnościowego \underline{I}_2 :

$$\underline{I}_T^{(2)} = \underline{I}_L^{(2)} + \underline{I}_2^{(2)} = (0,4082 - j0,3765) + (0,0015 + j0,0334) = (0,4098 - j0,3431) \text{ kA}$$
- obliczamy napięcie na impedancji transformatora:

$$\Delta \underline{U}_T = (R_T + jX_T) \cdot \underline{I}_T^{(2)} = (0,85 + j25,61) \cdot (0,4098 - j0,3431) = (9,14 + j10,20) \text{ kV}$$
- korygujemy napięcie \underline{U}_C :

$$\begin{aligned} \underline{U}_C^{(3)} &= \underline{U}_A - \Delta \underline{U}_T - \Delta \underline{U}_L = (242,55 + j0) - (9,14 + j10,20) - (17,10 + j14,45) = (216,31 - j24,65) \text{ kV} \\ &= 217,71 \text{ kV} \cdot e^{-j6,501^\circ} \end{aligned}$$

Krok 3:

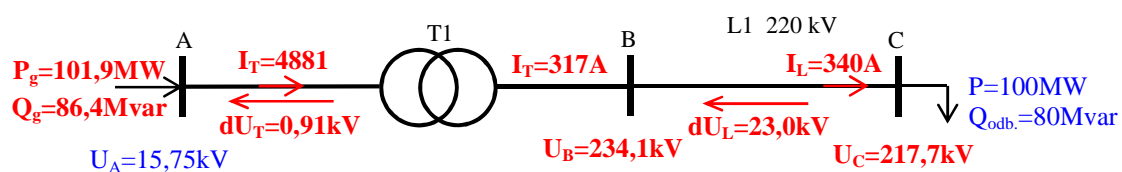
$$\begin{aligned} \underline{U}_C^{(3)} &= (216,31 - j24,65) \text{ kV} \\ \underline{I}_d^{(3)} &= \frac{100 - j80}{216,31 + j24,65} = (0,4148 - j0,4171) \text{ kA} \\ \underline{I}_1^{(3)} &= j140 \cdot 10^{-6} \cdot (216,31 - j24,65) = (0,0035 + j0,0303) \text{ kA} \\ \underline{I}_L^{(3)} &= (0,4148 - j0,4171) + (0,0035 + j0,0303) = (0,4182 - j0,3868) \text{ kA} \\ \Delta \underline{U}_L &= (5 + j40) \cdot (0,4182 - j0,3868) = (17,56 + j14,79) \text{ kV} \\ \underline{U}_B^{(3)} &= (216,31 - j24,65) + (17,56 + j14,79) = (238,88 - j9,85) \text{ kV} \\ \underline{I}_2^{(3)} &= j140 \cdot 10^{-6} \cdot (238,88 - j9,85) = (0,0014 + j0,0327) \text{ kA} \\ \underline{I}_T^{(3)} &= (0,4182 - j0,3868) + (0,0014 + j0,0327) = (0,4196 - j0,3541) \text{ kA} \\ \Delta \underline{U}_T &= (0,85 + j25,61) \cdot (0,4196 - j0,3541) = (9,43 + j10,44) \text{ kV} \\ \underline{U}_C^{(4)} &= (242,55 + j0) - (9,43 + j10,44) - (17,56 + j14,79) = (215,56 - j25,24) \text{ kV} = 217,03 \text{ kV} \cdot e^{-j6,678^\circ} \end{aligned}$$

Widać już niewielką zmianę napięcia \underline{U}_C . W kroku 6 i 7 wyniki są już takie same: $216,82 \text{ kV} \cdot e^{-j6,688^\circ}$ z pewną dokładnością.

Ostatecznie możemy przyjąć wyniki z kroku trzeciego i obliczyć stan elektryczny układu przesyłowego:

$$\begin{aligned}
 U_c^{(3)} &= (216,31 - j24,65)kV \\
 |U_c| &= \sqrt{216,31^2 + 24,65^2} = \mathbf{217,7kV} \cdot \\
 \underline{I}^{(3)} &= (0,4148 - j0,4171)kA \\
 |I_L| &= \frac{\sqrt{0,4207^2 + 0,4266^2}}{\sqrt{3}} = \mathbf{340A} \\
 |\Delta U_L| &= \sqrt{17,56^2 + 14,79^2} = \mathbf{23,0kV} \cdot \\
 |U_B| &= \sqrt{238,88^2 + 9,85^2} = \mathbf{234,1kV} \\
 |I_T^{(220)}| &= \frac{\sqrt{0,4196^2 + 0,3541^2}}{\sqrt{3}} = \mathbf{317A} \\
 |I_T^{(15)}| &= |I_T^{(220)}| \cdot \vartheta_T = 317 \cdot 15,40 = \mathbf{4881A}
 \end{aligned}$$

Wyniki obliczeń przedstawiono na schemacie jak na (Rys 4.2).



Rys 4.2. Wyniki obliczeń