



Seria: Wykłady

Systemy elektroenergetyczne

Wykład 5

Model sieci przesyłowej

Autor:

dr inż. Zbigniew Zdun

† dr inż. Krzysztof Księżyk

mgr inż. Tomasz Zdun

Warszawa, 2020

Spis treści

1.	Model sieci przesyłowej	4
1.1.	Macierz admitancyjna węzłowa.....	4
1.2.	Właściwości macierzy admitancyjnej.....	6
1.3.	Praktyczna metoda wyznaczania elementów macierzy admitancyjnej	7
1.4.	Metoda tworzenia macierzy admitancyjnej z użyciem macierzy incydencji	8
1.5.	Sieć przykładowa.....	10
1.6.	Przykład obliczeń macierzy admitancyjnej	12
1.7.	Wektor stanu sieci przesyłowej	13
1.8.	Ocena jakości wektora stanu sieci przesyłowej.....	15
1.9.	Przykład obliczeń mocy węzłowej	16
1.9.1.	Obliczenie mocy węzłowej –sieć niezbilansowana.....	16
1.9.2.	Obliczenie mocy węzłowej –sieć zbilansowana.....	17
1.10.	Korekcja napięcia w węzle PLE214:.....	18
2.	Komputerowy model sieci przesyłowej	21

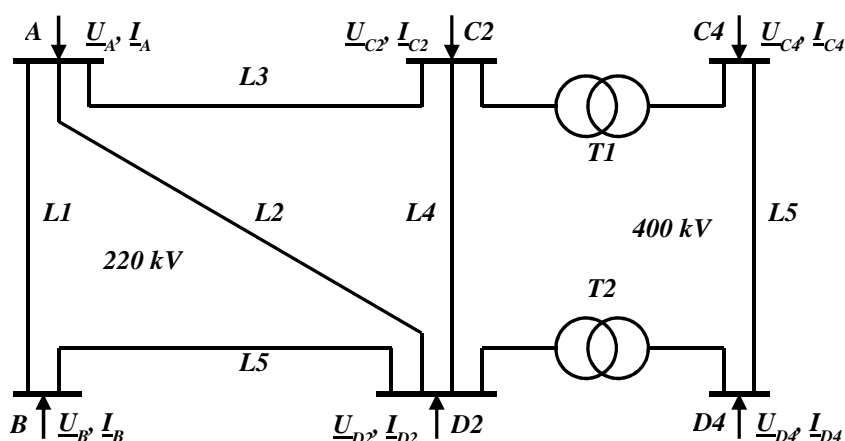
1. Model sieci przesyłowej

1.1. Macierz admitancyjna węzłowa

Przyjęto, że model sieci przesyłowej cechuje:

- liniowość co umożliwia stosowanie przekształceń liniowych ,
- symetria fazowa parametrów elektrycznych elementów sieci co umożliwia jednofazowe przedstawienie stanów trójfazowych symetrycznych, a ponadto stosowanie przekształcenia (0,1,2,) dla stanów niesymetrycznego obciążenia sieci.

Modelem matematycznym elektroenergetycznej sieci przesyłowej jest model admitancyjny wynikający z zastosowania metody napięć węzłowych do rozwiązywania obwodów elektrycznych. Niech dana będzie prosta przykładowa sieć przesyłowa jak na (Rys. 1.1).



Rys. 1.1. Schemat sieci przesyłowej.

Zadaniem tej sieci przesyłowej jest wyprowadzenie mocy z dwóch elektrowni **A, D** do stacji odbiorczych **B, C**. Sieć ta składa się z pięciu linii przesyłowych 220 kV i jednej linii przesyłowej 400 kV połączonej dwoma transformatorami 400/220 kV zainstalowanymi w stacjach **C, D**. Strzałki skierowane do sieci odwzorowują bloki: generatory-transformatory w elektrowniach i sumaryczne przepływy (zastrzyki) mocy czynnej i biernej od elektrowni, a strzałki od sieci odwzorowują transformatory sieciowe redukujące napięcie z wysokiego (220 kV, 400 kV) na mniejsze (110kV) - sumaryczne odpływy mocy czynnej i biernej do sieci rozdzielczej (odbiorów). Model matematyczny tej sieci opisuje równanie (1.1) metody potencjałów węzłowych:

$$\begin{bmatrix} I_A \\ I_B \\ I_{C2} \\ I_{C4} \\ I_{D2} \\ I_{D4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{A,A} & Y_{A,B} & \dots & & Y_{A,D4} \\ Y_{B,A} & \ddots & & & \\ \vdots & \ddots & \ddots & & \\ Y_{D4,A} & & & Y_{D4,D4} & \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_A \\ U_B \\ U_{C2} \\ U_{C4} \\ U_{D2} \\ U_{D4} \end{bmatrix} \quad (1.1)$$

Są to zależności pomiędzy napięciami węzłowymi (napięciami na szynach stacji) a prądami węzłowymi – ‘zastrzykami’ prądowymi; od generatorów ze znakiem plus, a od odbiorów ze znakiem minus.

Między napięciami węzłowymi \underline{U} , a prądami węzłowymi \underline{I} , zgodnie z metodą potencjałów węzłowych, zachodzi relacja:

$$\underline{I} = \underline{Y} \cdot \underline{U} \quad (1.2)$$

gdzie: \underline{Y} jest macierzą admitancyjną węzłową o wymiarach $N \times N$, czyli ma tyle samo kolumn i wierszy co węzłów w schemacie zastępczym sieci. Każdej kolumnie lub wierszowi macierzy admitancyjnej odpowiada węzeł w schemacie zastępczym sieci. W macierzy tej występują elementy diagonalne, nazywane admitancjami własnymi węzłów, a elementy pozadiagonalne nazywane są admitancjami wzajemnymi węzłów. Elementy tej macierzy dla sieci sprowadzonej do jednego poziomu napięciowego oblicza się z następujących wzorów (1.3):

$$Y_{ij} = G_{ij} + jB_{ij} = \begin{cases} -\frac{1}{z_{ij}} \text{ - jeśli } i \neq j \text{ oraz istnieje bezpośrednie połączenie } i - j, \\ \sum_{j \in N_i} \frac{1}{z_{ij}} + \frac{1}{z_{io}} \text{ - jeśli } i = j, \\ 0 \text{ - w pozostałych przypadkach (jeśli nie ma bezpośredniego} \\ \text{połączenia pomiędzy węzłami } i - j). \end{cases} \quad (1.3)$$

gdzie:

- z_{ij}, z_{io} - impedancje wzdłużne i poprzeczne linii i transformatorów, Ω ,
- N - zbiór wszystkich węzłów w sieci; bez węzła odniesienia, którym jest punkt zerowy układu trójfazowego napięć i prądów,
- N_i - zbiór węzłów sąsiadujących z węzłem i -tym.

1.2. Właściwości macierzy admitancyjnej

Właściwości macierzy \underline{Y} są następujące:

1. Każdemu węzłowi niezależnemu odpowiada wiersz i kolumna macierzy \underline{Y} .
2. Element \underline{Y}_{ij} (poza przekątną główną) jest równy admitancji gałęzi wziętej ze znakiem minus, łączącej węzły i - j , a nazywa się admitancją wzajemną węzłów; węzły niepołączone bezpośrednio gałęzią mają admitancję wzajemną równą zero.
3. Element \underline{Y}_{ii} (na przekątnej głównej) jest równy sumie admitancji wszystkich gałęzi przyłączonych do węzła i -tego, a nazywa się admitancją własną węzła.
4. Z obu poprzednich własności wynika, że suma admitancji wiersza lub kolumny i -tej jest równy admitancji I/\underline{z}_{io} łączącej węzeł i -ty z węzłem odniesienia.
5. Macierz admitancji obwodu złożonego z elementów pasywnych typu R,L,C, jest symetryczna; $\underline{Y}=\underline{Y}^T$; każdej macierzy symetrycznej można przyporządkować elektryczny obwód pasywny.
6. Zależność (1.2). obowiązuje jeśli nawet macierz \underline{Y} jest osobliwa: $\det(\underline{Y})=0$, a więc macierz \underline{Y} można zbudować zawsze.
7. Macierz odwrotna do \underline{Y} nazywa się macierzą impedancyjną węzłową: $\underline{Z} = \underline{Y}^{-1}$, odgrywa ona ważną rolę w obliczeniach zwarciovych, ale istnieje tylko wtedy gdy \underline{Y} jest nieosobliwa i wtedy można mówić o równaniu:

$$\underline{U} = \underline{Z} \cdot \underline{I} \quad (1.4)$$

8. Macierz \underline{Y} jest osobliwa, gdy nie ma gałęzi wychodzących z węzła odniesienia, tzn. gdy suma wyrazów każdego wiersza (kolumny) jest równa zero.
9. Macierz admitancji rozległej sieci elektroenergetycznej jest bardzo „rzadka”, co oznacza, że tylko niektóre jej elementy są różne od zera; na przykład macierz sieci o $N=500$ węzłów niezależnych i $M=1000$ gałęziach ma 250 000 elementów z czego tylko 2500 jest niezerowych (1%).
10. Macierz impedancyjna węzłowa jest macierzą pełną co oznacza, że wszystkie jej elementy są różne od zera.
11. Macierz admitancyjna sieci daje się łatwo ułożyć, jeśli dany jest schemat sieci i parametry impedancyjne lub admitancyjne gałęzi, i odwrotnie mając macierz admitancyjną węzłową łatwo można sporządzić schemat sieci.
12. Macierzy impedancyjnej węzłowej nie można wyznaczyć bezpośrednio ze schematu sieci; należy najpierw zbudować macierz admitancyjną węzłową i przez procedurę inwersji macierzy admitancyjnej otrzymuje się macierz impedancyjną.

1.3. Praktyczna metoda wyznaczania elementów macierzy admitancyjnej

W praktyce gdy w sieci występują transformatory pracujące równolegle, ale o różnych przekładniach (różnych nastawieniach przełącznika zaczepów) elementy macierzy admitancyjnej oblicza się według następujących wzorów (1.5) (1.9):

1. Admitancje wzajemne:

- jeśli pomiędzy węzłami $i - j$ jest linia przesyłowa:

$$\underline{Y}_{ij} = \frac{-I}{R_L + jX_L} \quad (1.5)$$

- jeśli pomiędzy węzłami $i - j$ jest transformator:

$$\underline{Y}_{ij} = \frac{-I}{R_T + jX_T} \cdot \vartheta_T \quad (1.6)$$

- jeśli pomiędzy węzłami $i - j$ nie ma bezpośredniego połączenia to:

$$\underline{Y}_{ij} = 0 \quad (1.7)$$

2. Admitancje własne:

- Jeśli do węzła dołączone są linie elektroenergetyczne i transformator, którego węzłem **początkowym** jest węzeł i -ty,

$$\underline{Y}_{ii} = \frac{I}{R_L + jX_L} + j \frac{B}{2} \cdot 10^{-6} + \dots + \frac{I}{R_T + jX_T} + \dots \quad (1.8)$$

- Jeśli do węzła dołączone są linie elektroenergetyczne i transformator, którego węzłem **końcowym** jest węzeł j -ty,

$$\underline{Y}_{jj} = \frac{I}{R_L + jX_L} + j \frac{B}{2} \cdot 10^{-6} + \dots + \frac{I}{R_T + jX_T} \vartheta_T^2 + \dots \quad (1.9)$$

We tych wzorach $R_L + jX_L$ oznacza całkowitą impedancję linii wyrażoną w omach, zaś $jB/2$ oznacza susceptancję pojemnościową linii wyrażoną w mikrosiemensach - stąd współczynnik 10^{-6} . Impedancja transformatora $R_T + jX_T$ jest wyrażona w omach i odniesiona do napięcia znamionowego węzła początkowego, a przekładnia napięciowa ϑ_T oznacza stosunek napięć znamionowych transformatora od strony węzła początkowego (górnego napięcia) do strony węzła końcowego (dolnego napięcia).

1.4. Metoda tworzenia macierzy admitancyjnej z użyciem macierzy incydencji

Podany w poprzednim rozdziale sposób tworzenia macierzy admitancyjnej węzłowej jest stosowany w praktyce i jest łatwy do zalgorytmizowania – do implementacji w programach komputerowych. Teoretycznie można macierz admitancyjną węzłową \underline{Y} tworzyć ze zbioru gałęzi $\{M\}$ i zbioru węzłów $\{N\}$ w sposób zaproponowany przez Krona:

- dane są zbiory $\{N\}$ i $\{M\}$,
- tworzy się macierz diagonalną admitancji gałęzi:

$$\underline{Y}_b = \text{diag} \left[\frac{1}{Z_{ij}} \right] \quad \wedge ij \in \{M\}$$

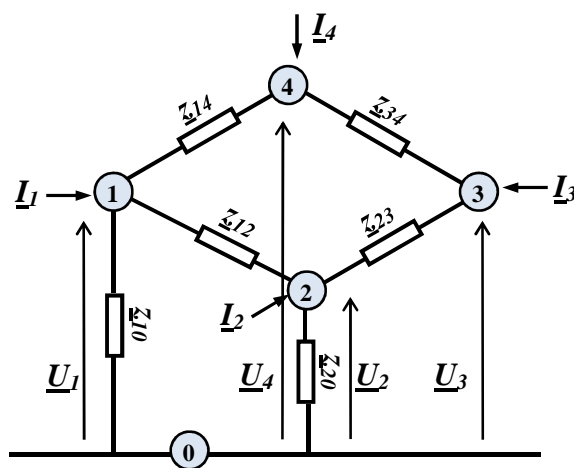
- tworzy się macierz incydencji A'

$$A' = [a_{ij}]$$

gdzie:

$$a_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{gdy węzeł } i \text{ jest początkiem gałęzi } j, \\ -1 & \text{gdy węzeł } i \text{ jest końcem gałęzi } j, \\ 0 & \text{w pozostałych przypadkach} \end{cases}$$

Macierz A' ma więc tyle wierszy ile jest węzłów, włączając również węzeł odniesienia, a tyle kolumn ile jest gałęzi w sieci (włączając również gałęzie do węzła odniesienia).



Rys 1.2. Schemat sieci

Dla sieci z rys (Rys 1.2) macierz A' ma postać:

$$A' = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1-0 & 2-0 & 1-2 & 1-4 & 2-3 & 2-4 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 0 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & -1 \\ -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

Macierz admitancyjną węzłową uzyskuje się z zależności:

$$\underline{\mathbf{Y}} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{Y}_b \cdot \mathbf{A}^T \quad (1.10)$$

gdzie macierz \mathbf{A} jest macierzą incydencji \mathbf{A}' powstałą po skreśleniu w niej wiersza odpowiadającego węzłowi odniesienia – węzła 0.

Przykład:

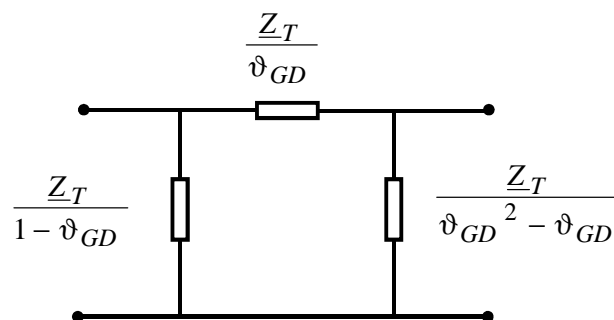
Dla sieci z (Rys 1.2) dane są admitancje gałęzi: $y_{01}, y_{02}, y_{12}, y_{13}, y_{23}, y_{24}$, to obliczanie macierzy $\underline{\mathbf{Y}}$ zgodnie z relacją (1.10) jest:

$$\underline{\mathbf{Y}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} y_{10} & & & & & \\ & y_{20} & & & & \\ & & y_{12} & & & \\ & & & y_{14} & & \\ & & & & y_{23} & \\ & & & & & y_{34} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} y_{10} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & y_{20} & 0 & 0 \\ y_{12} & -y_{12} & 0 & 0 \\ y_{14} & 0 & 0 & -y_{14} \\ 0 & y_{23} & -y_{23} & 0 \\ 0 & 0 & y_{34} & -y_{34} \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} y_{10} + y_{12} + y_{14} & -y_{12} & 0 & -y_{14} \\ -y_{12} & y_{20} + y_{12} + y_{23} & -y_{23} & 0 \\ 0 & -y_{23} & y_{23} + y_{34} & -y_{34} \\ -y_{14} & 0 & -y_{34} & y_{14} + y_{34} \end{bmatrix}$$

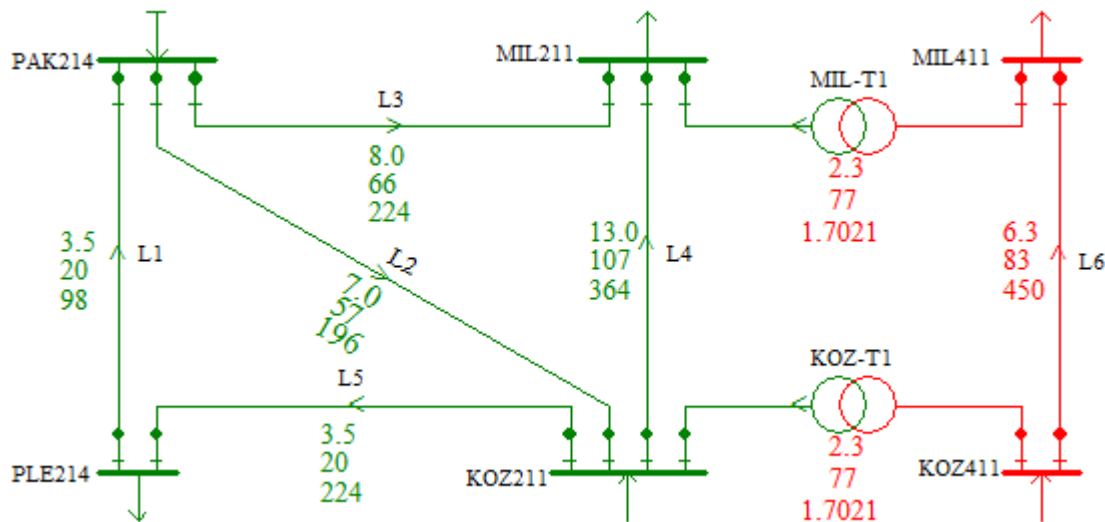
Opisany sposób budowy macierzy admitancyjnej węzłowej nadaje się do sieci jednonapięciowej. Dla sieci w której występują transformatory można też budować macierz $\underline{\mathbf{Y}}$ przy użyciu macierzy incydencji, ale transformatory należy modelować w postaci schematów rezonansowych jak na (Rys 1.3).



Rys 1.3. Schemat rezonansowy transformatora

1.5. Sieć przykładowa

Niech dana będzie sieć jak na (Rys.1.4), kolor zielony – sieć 220 kV, czerwony - 400kV. Na rysunku tym pokazano pod nazwą linii wartości rezystancji, reaktancji i pojemności linii (B/2), a przy transformatorach wartości R,X oraz przekładni napięciowej. Zaznaczono też kierunki oznaczenia elementów (węzeł początkowy i końcowy) oraz odpowiednią numerację węzłów.



Rys.1.4. Sieć przykładowa

Dalej zamieszczono model tej sieci przesyłowej w postaci tekstowej:

- dane gałęziowe: parametry R, X, B/2 gałęzi i przekładnie transformatorów,
- dane węzłowe: napięcia zadane (V_{io} , D_{io}), moce odbierane (P_l , Q_l) i generowane (P_g , Q_g),
- macierz admitancyjną węzłową,
- bilanse węzłowe: napięcia i moce obliczone,
- przepływy mocy, straty mocy i prądy w gałęziach
- schemat sieci z rozplywem mocy (Rys 1.5).

Sieć przesyłowa

1.Dane gałęziowe

Gałąź	Pocz.	Kon.	R	X	BC/2	In	Teta
-	-	-	Ohm	Ohm	mkS	A(MVA)	kV/kV
L1	PAK214	PLE214	3.50	20.00	98.0	780.0	
L2	PAK214	KOZ211	7.00	57.40	196.0	780.0	
L3	PAK214	MIL211	8.00	65.60	224.0	780.0	
L4	KOZ211	MIL211	13.00	106.60	364.0	950.0	
L5	KOZ211	PLE214	5.00	41.00	140.0	850.0	
L6	KOZ411	MIL411	6.25	82.50	450.0	1466.7	
MIL-T1	MIL411	MIL211	2.30	76.80	0.0	250.0	1.702
KOZ-T1	KOZ411	KOZ211	2.30	76.80	0.0	250.0	1.702

2.Dane węzłowe

Węzeł	Typ	$ V_{io} $	D_{io}	P_l	Q_l	P_g	Q_g
-	-	kV	stopnie	MW	Mvar	MW	Mvar
MIL211	1	220.00	0.0	-360.00	-140.00	0.00	0.00
MIL411	1	400.00	0.0	-160.00	-70.00	0.00	0.00
PLE214	1	220.00	0.0	-280.00	-180.00	0.00	0.00
KOZ211	2	245.00	0.0	0.00	0.00	450.00	86.64
KOZ411	2	420.00	0.0	0.00	0.00	200.00	57.94
PAK214	4	240.00	0.0	0.00	0.00	165.33	128.54

3. Macierz admitancyjna węzłowa

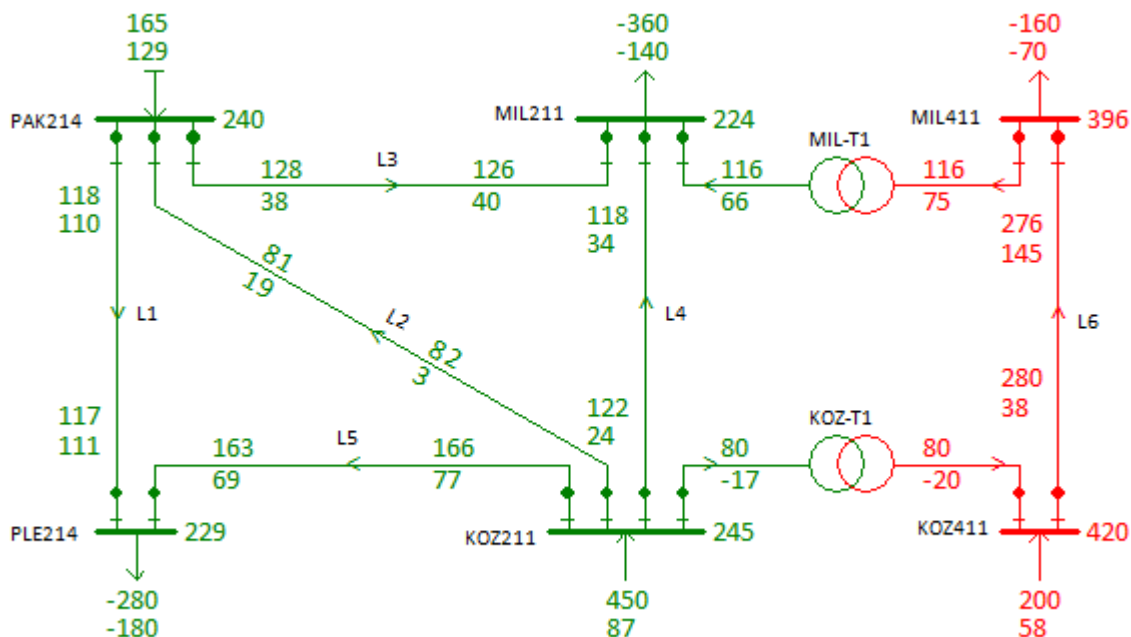
	MIL211	MIL411	PLE214	KOZ211	KOZ411	PAK214
MIL211	-0.061365 0.004088	0.022143 -0.000663	0.000000 0.000000	0.009243 -0.001127	0.000000 0.000000	0.015021 -0.001832
MIL411	-0.000663 0.022143	0.001303 -0.024611	0.000000 0.000000	0.000000 0.000000	-0.000913 0.012052	0.000000 0.000000
PLE214	0.000000 0.000000	0.000000 0.000000	0.011421 -0.072309	-0.002931 0.024033	0.000000 0.000000	-0.008490 0.048514
KOZ211	-0.001127 0.009243	0.000000 0.000000	-0.002931 0.024033	0.007280 -0.087432	-0.000663 0.022143	-0.002093 0.017166
KOZ411	0.000000 0.000000	-0.000913 0.012052	0.000000 0.000000	-0.000663 0.022143	0.001303 -0.024611	0.000000 0.000000
PAK214	-0.001832 0.015021	0.000000 0.000000	-0.008490 0.048514	-0.002093 0.017166	0.000000 0.000000	0.012415 -0.080183

4. Bilanse węzłowe

Węzeł	Typ	Vz	Vi	Di	P1	Q1	Pg	Qg	dP	dQ
-	-	kV	kV	stopnie	MW	Mvar	MW	Mvar	MW	Mvar
MIL211	1	220	224.342	-8.551	-360.0	-140.0	0.0	0.0	0.00	0.00
MIL411	1	400	396.401	-5.231	-160.0	-70.0	0.0	0.0	-0.00	0.00
PLE214	1	220	228.800	-2.048	-280.0	-180.0	0.0	0.0	-0.00	-0.00
KOZ211	2	245	245.000	4.495	0.0	0.0	450.0	86.6	-0.00	0.00
KOZ411	2	420	420.000	2.479	0.0	0.0	200.0	57.9	-0.00	0.00
PAK214	4	240	240.000	0.000	0.0	0.0	165.3	128.5	0.00	0.00

5. Przepływy mocy w gałęziach

Gałąź	Pocz.	Kon.	Ppocz.	Qpocz.	Pkońc.	Qkońc.	dP	dQ	Qład.	Obc.	Ipocz.	Ikońc.
-	-	-	MW	Mvar	MW	Mvar	MW	Mvar	Mvar	%	A	A
L1	PAK214	PLE214	118.3	109.8	116.7	111.1	-1.66	-9.5	10.8	52	388	407
L2	PAK214	KOZ211	-81.2	-19.1	-82.1	-2.7	-0.81	-6.6	23.1	26	201	193
L3	PAK214	MIL211	128.2	37.9	125.6	40.4	-2.64	-21.7	24.2	44	322	340
L4	KOZ211	MIL211	122.0	24.1	118.3	34.1	-3.68	-30.2	40.2	33	293	317
L5	KOZ211	PLE214	166.2	77.0	163.3	68.9	-2.91	-23.9	15.7	53	432	447
L6	KOZ411	MIL411	279.6	37.8	276.4	144.9	-3.26	-43.0	150.1	31	388	455
MIL-T1	MIL411	MIL211	116.4	74.9	116.1	65.6	-0.28	-9.4	0.0	55	202	343
KOZ-T1	KOZ411	KOZ211	-79.6	20.1	-79.7	17.2	-0.09	-2.9	0.0	33	113	192



Rys 1.5. Schemat sieci z rozplywem moc

1.6. Przykład obliczeń macierzy admitancyjnej

1. Obliczenie admitancji wzajemnej pomiędzy węzłami **PAK214-MIL211** – linia **L3**:

$$\begin{aligned} \underline{Y}_{PAK214,MIL211} &= -\frac{1}{R_{L3} + jX_{L3}} = -\frac{1}{8,00 + j65,60} = -\frac{8,00 - j65,60}{8,00^2 + 65,6^2} = -\frac{8,00 - j65,60}{4367,36} \\ &= (-0,001832 + j0,015021)S \end{aligned}$$

2. Obliczenie admitancji wzajemnej pomiędzy węzłami **MIL211-MIL411** - transformator **MIL-T1**:

$$\begin{aligned} \underline{Y}_{MIL211,MIL411} &= -\frac{1}{R_{MIL-T1} + jX_{MIL-T1}} \cdot \vartheta_{MIL-T1} = -\frac{1}{2,30 + j76,80} \cdot 1,7021 = -\frac{2,30 - j76,80}{2,30^2 + 76,80^2} \cdot 1,7021 \\ &= -\frac{2,30 - j76,80}{5903,53} \cdot 1,7021 = -(0,000390 - j0,013009) \cdot 1,7021 \\ &= (-0,000663 + j0,022143)S \end{aligned}$$

3. Obliczenie admitancji własnej węzła **MIL411** - transformator **MIL-T1**, węzeł początkowy:

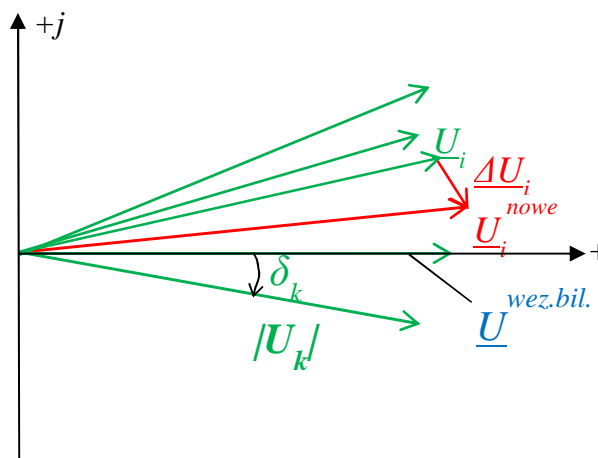
$$\begin{aligned} \underline{Y}_{MIL411,MIL411} &= \frac{1}{R_{L6} + jX_{L6}} + jB/2_{L6} \cdot 10^{-6} + \frac{1}{R_{MIL-T1} + jX_{MIL-T1}} \\ &= \frac{1}{6,3 + j83,0} + j450 \cdot 10^{-6} + \frac{1}{2,30 + j76,80} \\ &= \frac{6,30 - j83,0}{6,30^2 + 83,00^2} + j0,000450 + (0,000390 - j0,013009) \\ &= (0,000913 - j0,012052) + j0,000450 + (0,000390 - j0,013009) \\ &= (0,001303 - j0,024611)S \end{aligned}$$

4. Obliczenie admitancji własnej węzła **MIL211** - transformator **MIL-T1**, węzeł końcowy:

$$\begin{aligned} \underline{Y}_{MIL211,MIL211} &= \frac{1}{R_{L3} + jX_{L3}} + \frac{jB}{2_{L3}} \cdot 10^{-6} + \frac{1}{R_{L4} + jX_{43}} + \frac{jB}{2_{L4}} \cdot 10^{-6} + \frac{1}{R_{MIL-T1} + jX_{MIL-T1}} \cdot \vartheta_{MIL-T1}^2 \\ &= \frac{1}{8,00 + j65,60} + j224 \cdot 10^{-6} + \frac{1}{13,00 + j106,60} + j224 \cdot 10^{-6} + \frac{1}{2,30 + j76,80} \cdot 1,7021^2 \\ &= \frac{8,00 - j65,60}{8,00^2 + 65,60^2} + j0,000224 + \frac{13,00 - j106,60}{13,00^2 + 106,60^2} + j0,000364 + \frac{2,30 - j76,80}{2,30^2 + 76,80^2} \\ &= \frac{8,00 - j65,60}{4367,36} + j0,000224 + \frac{13,00 - j106,60}{11532,56} + j0,000364 + \frac{2,30 - j76,80}{5903,53} \cdot 1,7021^2 \\ &= (0,001832 - j0,015021) + j0,000224 + (0,001127 - j0,009243) + j0,000364 \\ &+ (0,000390 - j0,013009) \cdot 1,7021^2 = (0,004088 - j0,061365)S \end{aligned}$$

1.7. Wektor stanu sieci przesyłowej

Wektor stanu jest to najmniejsza liczba zmiennych opisująca jakiś układ fizyczny jednoznacznie określająca stan takiego układu w przypadku elektroenergetycznej sieci przesyłowej jest to wektor napięć węzłowych – napięć wyrażonych w kategorii liczb zespolonych, które mogą być prezentowane w postaci wektorów na płaszczyźnie liczb zespolonych (Rys.1.6) - wektory napięć w kolorze zielonym.



Rys.1.6. Wektor stanu

W postaci ‘matematycznej’ wektorem stanu są napięcia węzłowe w postaci liczb zespolonych wyrażonych w postaci wykładniczej lub algebraicznej (1.11).

$$\underline{X} = \underline{U} = \begin{bmatrix} \underline{U}_1 \\ \underline{U}_2 \\ \vdots \\ \underline{U}_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} |U_1| \cdot e^{j\delta_1} \\ |U_2| \cdot e^{j\delta_2} \\ \vdots \\ |U_N| \cdot e^{j\delta_N=0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_1 + jF_1 \\ E_2 + jF_2 \\ \vdots \\ E_N + jF_N = e_N + j0 \end{bmatrix} \quad (1.11)$$

Na podstawie wektora stanu można obliczyć prądy węzłowe stosując metodę potencjałów węzłowych, a więc równanie macierzowe (1.12):

$$\begin{bmatrix} \underline{I}_1 \\ \underline{I}_2 \\ \vdots \\ \underline{I}_i \\ \vdots \\ \underline{I}_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \\ \\ \\ \underline{Y} \\ \\ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{U}_1 \\ \underline{U}_2 \\ \vdots \\ \underline{U}_i \\ \vdots \\ \underline{U}_N \end{bmatrix} \quad (1.12)$$

gdzie macierz \underline{Y} jest macierzą admitancyjną sieci zdefiniowaną przez (1.3). Jeśli zmieni się chociażby jedno napięcie np. \underline{U}_i o $\Delta \underline{U}_i$, to otrzymamy $\underline{U}_i^{(nowe)}$ oznaczone na (Rys.1.6) kolorem czerwonym i otrzymamy nowy wektor prądów węzłowych (1.13).

1.8. Ocena jakości wektora stanu sieci przesyłowej

Wektor stanu powinien spełniać warunki wynikające z przewidywanych warunków pracy systemu elektroenergetycznego, a więc z założonych obciążeń w węzłach odbiorczych oraz zaplanowanego rozkładu generacji w węzłach wytwórczych – elektrowniach. Przyjmując jakiś wektor stanu sieci przesyłowej w postaci napięć węzłowych możemy dla dowolnego węzła obliczyć moc węzłową $P_{iobl} + jQ_{iobl}$ i porównać tą moc z mocą zadaną $P_{izad} + jQ_{izad}$, wynikającą z przewidzianych warunków pracy SEE. Ponieważ w pierwszej chwili przyjęte napięcia zwykle nie są właściwe to obliczone moce nie będą równe mocom zadany (1.18).

$$\underline{S}_i = \underline{U}_i \cdot [\underline{Y}_{ii} \cdot \underline{U}_i + \sum_{j \in N_i} \underline{Y}_{ij} \cdot \underline{U}_j]^* \neq P_{izad} + jQ_{izad}. \quad (1.18)$$

Zatem jeśli moce obliczone nie są równe mocom zadany to należy skorygować napięcie, wtedy węzłowe najlepiej w węzle ***i***-***tym***, wtedy równanie (1.18) przybierze postać (1.19):

$$(\underline{U}_i + \Delta \underline{U}_i) \cdot [\underline{Y}_{ii} \cdot (\underline{U}_i + \Delta \underline{U}_i) + \sum_{j \in N_i} \underline{Y}_{ij} \cdot \underline{U}_j]^* = P_{izad} + jQ_{izad}. \quad (1.19)$$

W równaniu tym niewiadomą jest tylko zmienna $\Delta \underline{U}_i$. W szczególności obliczenie poprawki $\Delta \underline{U}_i$ może być wykonane następująco –równanie (1.19) może być przedstawione w postaci:

$$(\underline{U}_i + \Delta \underline{U}_i) \cdot [\underline{Y}_{ii} \cdot \underline{U}_i + \sum_{j \in N_i} \underline{Y}_{ij} \cdot \underline{U}_j + \underline{Y}_{ii} \cdot \Delta \underline{U}_i]^* = P_{izad} + jQ_{izad}. \quad (1.20)$$

Oznaczając:

$$\underline{I}_i = \underline{Y}_{ii} \cdot \underline{U}_i + \sum_{j \in N_i} \underline{Y}_{ij} \cdot \underline{U}_j \quad (1.21)$$

Otrzymujemy:

$$(\underline{U}_i + \Delta \underline{U}_i) \cdot [\underline{I}_i^* + \underline{Y}_{ii}^* \cdot \Delta \underline{U}_i^*] = P_{izad} + jQ_{izad}. \quad (1.22)$$

Otrzymano więc jedno równanie na liczbach zespolonych z jedną niewiadomą $\Delta \underline{U}_i$. Jednakże rachunek liczb zespolonych prowadzi do przekształcenia tego równania do dwóch równań na liczbach rzeczywistych – należy wydzielić części urojone do jednego równania, a części rzeczywiste do drugiego równania. Ponadto należy zauważyć, że otrzymane równania będą zawierały człony kwadratowe, bowiem pojawi się iloczyn $\Delta \underline{U}_i \Delta \underline{U}_i$.

1.9. Przykład obliczeń mocy węzłowej

Weźmy pod uwagę sieć jak na (Rys.1.4), i należy obliczyć prąd węzłowy dla węzła **PLE214**, zakładając, że dana jest macierz admitancyjna węzłowa oraz przyjmując w pierwszym etapie napięcia zadane (start płaski), a w drugiej wersji napięcia po iteracjach.

Węzeł **PLE214** jest połączony z węzłem **KOZ211** linią **L5** oraz z węzłem **PAK214** linią **L1**. Wiersz macierzy admitancyjnej węzłowej odpowiadającej węzłowi **PLE214** jest:

	PAK214	MIL211	MIL411	KOZ411	KOZ211	PLE214
PLE214	-0.008490	0.000000	0.000000	0.000000	-0.002931	0.011421
	0.048514	0.000000	0.000000	0.000000	0.024033	-0.072309

Zatem:

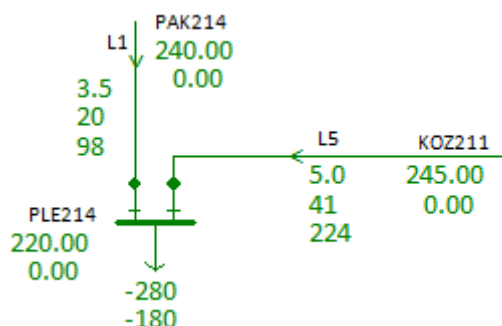
$$Y_{PLE214,PLE214} = (0,011421 - j0,072309) S$$

$$Y_{PLE214,KOZ211} = (-0,002931 + j0,024033)S$$

$$Y_{PLE214,PAK214} = (-0,008490 + j0,048514)S$$

1.9.1. Obliczenie mocy węzłowej – sieć niezbilansowana

Układ połączeń węzła **PLE214** oraz napięcia zadane (sieć niezbilansowana) przedstawia (Rys 1.7).



Rys 1.7. Połączenia węzła **PLE214**, napięcia zadane - start płaski

Dla sieci niezbilansowanej brane są wartości napięć startowych w węzłach – start płaski:

$$\underline{U}_{PLE214} = (220 + j0)kV$$

$$\underline{U}_{KOZ211} = (245 + j0)kV$$

$$\underline{U}_{PAK214} = (240 + j0)kV$$

Obliczenie prądu węzłowego:

$$\begin{aligned} I_{PLE214} &= Y_{PLE214,PLE214} \cdot \underline{U}_{PLE214} \\ &+ Y_{PLE214,KOZ211} \cdot \underline{U}_{KOZ211} \\ &+ Y_{PLE214,PAK214} \cdot \underline{U}_{PAK214} = \\ &= (0,011421 - j0,072309) \cdot (220 + j0) \\ &+ (-0,002931 + j0,024033) \cdot (245 + j0) \\ &+ (-0,008490 + j0,048514) \cdot (240 + j0) = \\ &= (2,5126 - j15,9080) \\ &+ (-0,7181 + j5,8881) \\ &+ (-2,0376 + j11,6434) = \mathbf{(-0,2431 + j1,6235)kA} \end{aligned}$$

$$P_{PLE214}^{obl.} + jQ_{PLE214}^{obl.} = \underline{U}_{PLE214} \cdot I_{PLE214}^* = (220 + j0) \cdot (-0,2431 - j1,6235) = \mathbf{-53,48 MW - j357,16 Mvar}$$

Moc zadana: $P_{PLE214}^{zad.} = -280 MW$ $Q_{PLE214}^{zad.} = -180 MW$.

Niezbilansowanie:

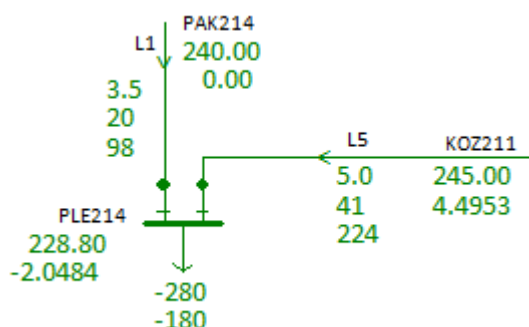
$$dP = P_{PLE214}^{zad.} - P_{PLE214}^{obl.} = -280 - (-53,48) = -226,6 MW$$

$$dQ = Q_{PLE214}^{zad.} - Q_{PLE214}^{obl.} = -180 - (-357,16) = 177,162 Mvar$$

Jak widać moc obliczona wynikająca z przyjętych napięć węzłowych (wektora stanu) nie spełnia zadanych warunków przyjętego obciążenia sieci – mocy zapotrzebowanej w węzle PLE214.

1.9.2. Obliczenie mocy węzłowej – sieć zbilansowana

Do obliczenia prądu węzłowego dla węzła **PLE214** w przypadku sieci zbilansowanej do obliczeń przyjmujemy właściwe napięcia węzłowe (Rys 1.8), obliczone podczas procesu iteracyjnego obliczeń rozplływowych:



Rys 1.8. Połączenia węzła **PLE214**, napięcia obliczone po iteracjach

$$\underline{U}_{PLE214} = 228,80e^{-j2,0484} = 228,799 \cdot (\cos(-2,0484) + j\sin(-2,0484)) = (228,654 - j8,178)kV$$

$$\underline{U}_{KOZ211} = 245,000e^{j4,4953} = 245,0009 \cdot (\cos(4,4953) + j\sin(4,4953)) = (244,246 + j19,202)kV$$

$$\underline{U}_{PAK214} = 240e^{j0} = (240,000 + j0,000)kV$$

Obliczenie prądu węzłowego:

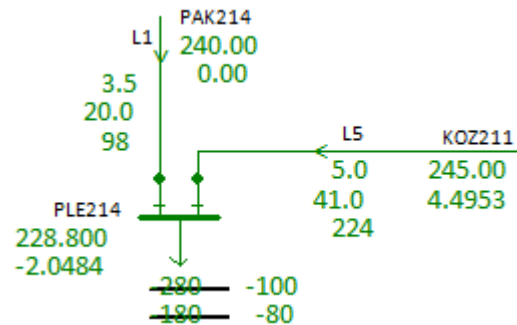
$$\begin{aligned} \underline{I}_{PLE214} &= \underline{Y}_{PLE214,PLE214} \cdot \underline{U}_{PLE214} \\ &+ \underline{Y}_{PLE214,KOZ211} \cdot \underline{U}_{KOZ211} \\ &+ \underline{Y}_{PLE214,PAK214} \cdot \underline{U}_{PAK214} = \\ &= (0,011421 - j0,072309) \cdot (228,654 - j8,178) \\ &+ (-0,002931 + j0,024033) \cdot (244,246 + j19,202) \\ &+ (-0,008490 + j0,048514) \cdot (240,000 + j0,000) = \\ &= (0,011421 \cdot 228,654 - 0,072309 \cdot 8,178) - j(0,072309 \cdot 228,654 + 0,011421 \cdot 8,178) \\ &+ (-0,002931 \cdot 244,246 - 0,024033 \cdot 19,202) + j(0,024033 \cdot 244,246 - 0,002931 \cdot 19,202) \\ &+ (-0,008490 \cdot 240,000 - j0,048514 \cdot 0,000) + j(0,048514 \cdot 240,00 - j0,08490 \cdot 0,000) = \\ &= (2,0201 - j16,6271) \\ &+ (-1,1774 + j5,8137) \\ &+ (-2,0376 + j11,6434) = \mathbf{(-1,1949 + j0,8300)kA} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \underline{S}_{PLE214}^{obl.} &= \underline{U}_{PLE214} \cdot \underline{I}_{PLE214}^* = (228,654 - j8,178) \cdot (-1,1949 - j0,8300) = \\ &= (228,654 \cdot (-1,1949) - 8,178 \cdot 0,8300) - j(8,178 \cdot (-1,1949) + 0,8300 \cdot 228,653) \\ &= \mathbf{-280,0MW - j180,0Mvar} \end{aligned}$$

Jak widać moc obliczona wynikająca z przyjętych napięć węzłowych (wektora stanu) spełnia zadane warunki przyjętego obciążenia sieci – mocy zapotrzebowanej w węźle **PLE214**.

1.10. Korekcja napięcia w węźle PLE214:

W poprzednim przykładzie wektor stanu sieci przesyłowej prawie dokładnie odpowiadał zadanemu obciążeniu tej sieci. Załóżmy teraz, że obciążenie sieci uległo zmianie na przykład moc węzła PLE214 z $(-280-j180)MVA$ uległa zmianie do $(-100-j80) MVA$ (Rys 1.9).



Rys 1.9. Zmiana obciążenia węzła PLE214

Teraz wektor stanu nie będzie już odpowiadał temu obciążeniu. Należy więc skorygować napięcia węzłowe, a w szczególności napięcie w węźle PLE214. Korekcję tą można wykonać się w oparciu o wzór (1.22), co dla węzła PLE214 będzie:

$$P_{PLE214}^{zad.} + jQ_{PLE214}^{zad.} = (\underline{U}_{PLE214} + \Delta \underline{U}) \cdot [I_{PLE214}^* + Y_{PLE214,PLE214}^* \cdot \Delta \underline{U}^*]$$

1. Dla przyjętych napięć węzłowych:

$$\underline{U}_{PLE214} = 228,80e^{-j2,0484} = 228,799 \cdot (\cos(-2,0484) + j\sin(-2,0484)) = (228,654 - j8,178)kV$$

$$\underline{U}_{KOZ211} = 245,000e^{j4,4953} = 245,0009 \cdot (\cos(4,4953) + j\sin(4,4953)) = (244,246 + j19,202)kV$$

$$\underline{U}_{PAK214} = 240e^{j0} = (240,000 + j0,000)kV$$

2. Obliczamy prąd węzłowy tak jak w poprzednim przykładzie i wynosi on:

$$I_{PLE214} = (-1,1949 + j0,8299)A$$

3. Admitancja własna węzła PLE214:

$$Y_{PLE214,PLE214} = (0,011421 - j0,072309)$$

4. Przyjmujemy nowe napięcie w węźle: $\underline{U}_{PLE214} + \Delta \underline{U} = 228,654 - j8,178 + x + jy$

5. Tworzymy równanie do obliczenia poprawki:

$$P_{PLE214}^{zad.} + jQ_{PLE214}^{zad.} = (\underline{U}_{PLE214} + x + jy) \cdot [I_{PLE214}^* + Y_{PLE214}^* \cdot (x + jy)^*]$$

i podstawiamy wartości liczbowe:

$$-100 - j80 = (228,654 - j8,178 + x + jy) \cdot [(-1,1949 - j0,8299) + (0,011421 + j0,072309) \cdot (x - jy)]$$

7. Likwidujemy dwa nawiasy (ostatnie):

$$-100 - j80 = (228,654 - j8,178 + x + jy) \cdot (-1,1949 - j0,8299 + 0,011421x - j0,011421y + j0,072309x + 0,072309y)$$

8. Porządkujemy:

$$-100 - j80 = (228,654 - j8,178 + x + jy) \cdot (-1,1949 + 0,011421x + 0,072309y - j0,8299 + j0,072309x - j0,011421y)$$

9. Mnożymy dwie liczby zespolone:

$$\begin{aligned} -100 - j80 = & (-228,654 \cdot 1,1949 + 228,654 \cdot 0,011421x + 228,654 \cdot 0,072309y - j228,654 \cdot 0,8299 + j228,654 \cdot 0,072309x - j228,654 \cdot 0,011421y) \\ & + (j8,178 \cdot 1,1949 - j8,178 \cdot 0,011421x - j8,178 \cdot 0,072309y - 8,178 \cdot 0,8299 + 8,178 \cdot 0,072309x - 8,178 \cdot 0,011421y) \\ & + (-1,1949x + 0,011421x^2 + 0,072309xy - j0,8299x + j0,072309x^2 - j0,011421xy) \\ & + (-j1,1949y + j0,011421xy + j0,072309y^2 + 0,8299y - 0,072309xy + 0,011421y^2) \end{aligned}$$

10. Wymnażamy liczby w nawiasach:

$$\begin{aligned} -100 - j80 = & (-273,213 + 2,611x + 16,534y - j189,764 + j16,534x - j2,611y) \\ & + (j9,772 - j0,093x - j0,591y - 6,787 + 0,591x - 0,093y) \\ & + (-1,1949x + 0,011421x^2 + 0,072309xy - j0,8299x + j0,072309x^2 - j0,011421xy) \\ & + (-j1,1949y + j0,011421xy + j0,072309y^2 + 0,8299y - 0,072309xy + 0,011421y^2) \end{aligned}$$

11. Porządkujemy – części rzeczywiste , części urojone:

$$\begin{aligned} -100 - j80 = & -273,213 + 2,611x + 16,534y - 6,787 + 0,591x - 0,093y - 1,1949x + 0,011421x^2 + 0,072309xy + 0,8299y - 0,072309xy + 0,011421y^2 \\ & -j189,764 + j16,534x - j2,611y + j9,772 - j0,093x - j0,591y - j0,8299x + j0,072309x^2 - j0,011421xy - j1,1949y + j0,011421xy + j0,072309y^2 \end{aligned}$$

12. Wdzielimy dwa równania: - pierwsze równanie z części rzeczywistych , drugie z częściami urojonymi:

$$\begin{aligned} -100 = & -273,213 + 2,611x + 16,534y - 6,787 + 0,591x - 0,093y - 1,1949x + 0,011421x^2 + 0,072309xy + 0,8299y - 0,072309xy + 0,011421y^2 \\ -80 = & -189,764 + 16,534x - 2,611y + 9,772 - 0,093x - 0,591y - 0,8299x + 0,072309x^2 - 0,011421xy - 1,1949y + 0,011421xy + 0,072309y^2 \end{aligned}$$

13. Pomijamy człony kwadratowe:

$$-100 = -273,213 + 2,611x + 16,534y - 6,787 + 0,591x - 0,093y - 1,1949x + 0,830y$$

$$-80 = -189,764 + 16,534x - 2,611y + 9,772 - 0,093x - 0,591y - 0,8299x - 1,1949y$$

14. Porządkujemy:

$$-100 = -273,213 - 6,787 + 2,611x + 0,591x - 1,1949x + 16,534y - 0,093y + 0,830y$$

$$-80 = -189,764 + 9,760 + 16,534x - 0,093x - 0,8309x - 2,611y - 0,591y - 1,1949y$$

15. Ostatecznie:

$$180,0 = 2,008x + 17,270y$$

$$100,0 = 15,610x - 4,398y$$

15. Rozwiązanie tego układu jest

$$x = 9,045$$

$$y = 9,371$$

stąd

$$\underline{\Delta U} = 9,045 + j9,371$$

16. Nowa wartość napięcia U_{PLE214} :

$$\underline{U}_{PLE214}^{nowe} = \underline{U}_{PLE214} + \underline{\Delta U} = (228,654 - j8,178) + (9,045 + j9,371) = 237,70 + j1,19 = \sqrt{237,70^2 + 1,19^2} \cdot e^{j\arctan\left(\frac{1,202}{237,699}\right)} = 237,70kV \cdot e^{j0,287^\circ}$$

2. Komputerowy model sieci przesyłowej

Dane → Węzły:

Węzeł	- nazwa węzła (szyny WN), maksymalnie 8 znaków,
Typ	- typ węzła: 1 – PQ (odbiorowy - zadana moc czynna i bierna, a obliczane napięcie), 2 – PV (wytwórczy -zadana moc czynna i moduł napięcia, obliczana moc bierna i kąt napięcia), 3 – PV z ograniczoną produkcją mocy biernej (jeśli moc bierna przekroczy Q_{max} to typ zmieni się na –1, jeśli przekroczy Q_{min} to na –2; w dalszych obliczeniach węzły tego typu są traktowane jako węzły odbiorowe), 4 – bilansujący; Uwaga: węzeł PV powinien mieć $Q_{max}=Q_{min}$ (np.0)
Uzad	- zadana (spodziewana) wartość napięcia, kV,
Pl, Ql	- zadana wartość poboru mocy czynnej i biernej w węźle, MW, Mvar; odpływ od szyn ma znak minus,
Pg, Qg	- sumaryczne wytwarzanie mocy w węźle, MW, Mvar,
Qmin, Qmax	- zakres możliwości generacji mocy biernej w węźle, Mvar, (tylko dla węzłów typu 3),
Stan	- status węzła, załączony lub izolowany,
Un	- napięcie znamionowe węzła (szyny), kV,
Umin, Umax	- dopuszczalny zakres zmian napięcia w węźle, kV,
ODM	- numer ODM; 1-Warszawa, 2-Radom, 3-Katowice, 4-Poznań, 5-Bydgoszcz,
ZE	- numer Zakładu Energetycznego,
Region	- numer regionu geograficznego,
Ui, Di	- wektor stanu (moduły i kąty fazowe napięć węzłowych)

Dane → Gałęzie:

Gałąź	- nazwa gałęzi, maksymalnie osiem znaków,
Pocz, Kon	- nazwa węzła początkowego i końcowego gałęzi, maks. po osiem znaków,
R	- rezystancja gałęzi, Ω , (dla transformatorów parametry impedancyjne odniesione są do napięcia znamionowego transformatora od strony węzła początkowego),
X	- reaktancja gałęzi, Ω ,
BC/2	- połowa całkowitej susceptancji gałęzi, μS ,
Imax	- podstawowy dopuszczalny prąd maksymalny w gałęzi wyrażony w Amperach; dla transformatorów moc S_n w MVA,
Temp	- aktualna indywidualna temperatura pracy linii w $^{\circ}C$,
Stan	- stan pracy gałęzi: załączona lub wyłączona,
Typ	- typ gałęzi: linia przesyłowa lub transformator,
Go/2	- połowa całkowitej konduktancji poprzecznej gałęzi, μS .