



Seria: Wykłady

Systemy elektroenergetyczne

Wykład 6

Równania mocowo-napięciowe

Autor:

dr inż. Zbigniew Zdun

† dr inż. Krzysztof Księżyk

mgr inż. Tomasz Zdun

Warszawa, 2020

Spis treści

1.	Równania mocowo napięciowe sieci przesyłowej	4
1.1.	Równania admitancyjno - napięciowe	4
1.2.	Równania mocowo-napięciowe w układzie biegunowym.....	5
1.3.	Równania mocowo-napięciowe w układzie biegunowo - algebraicznym.....	7
1.4.	Równania mocowo-napięciowe w układzie algebraicznym.....	8
1.5.	Równania mocowo-napięciowe w postaci okręgów.....	9
1.6.	Sieć przykładowa.....	11
1.7.	Przykład obliczania mocy w oparciu o macierz admitancyjną węzłową.....	13
1.8.	Przykład obliczania mocy – równania w układzie biegunowym.....	15
1.9.	Przykład obliczania mocy – równania w układzie biegunowo - algebraicznym.....	17
1.10.	Przykład obliczania mocy – równania w układzie algebraicznym.....	19
1.11.	Przykład obliczania mocy – równania w postaci okręgów	21

1. Równania mocowo napięciowe sieci przesyłowej

1.1. Równania admitancyjno - napięciowe

Układ równań określający zależność mocy węzłowych od napięć węzłowych (wektora stanu) powstaje z przekształcenia macierzowego równania admitancyjnego:

$$\underline{I} = \underline{Y} \cdot \underline{U} \quad (1.1)$$

oraz wzoru na moc:

$$\underline{S}_i = \underline{U}_i \cdot \underline{I}_i^* \quad i=1,2,\dots,N \quad (1.2)$$

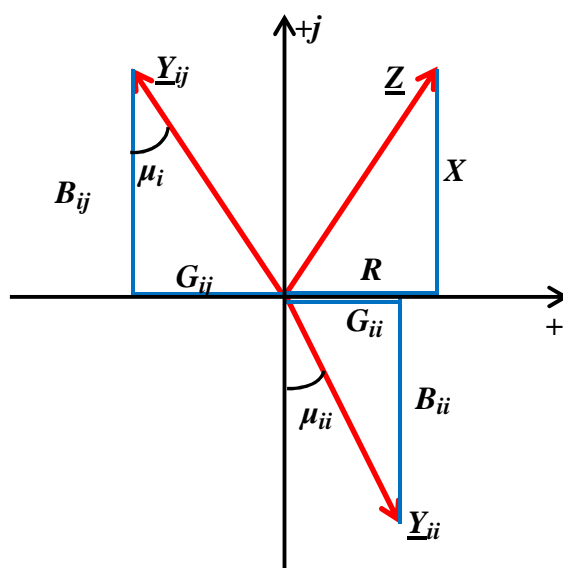
Z równania admitancyjnego (1.1) wynika, że prąd w dowolnym węźle i-tym jest:

$$\underline{I}_i = \underline{Y}_{ii} \cdot \underline{U}_i + \sum_{j \in N_i} \underline{Y}_{ij} \cdot \underline{U}_j \quad (1.3)$$

Zatem moc w węźle i-tym jest obliczana z następującego wzoru:

$$\underline{S}_i = \underline{U}_i \cdot \underline{Y}_{ii}^* \cdot \underline{U}_i^* + \underline{U}_i \cdot \sum_{j \in N_i} \underline{Y}_{ij}^* \cdot \underline{U}_j^* \quad (1.4)$$

Położenie impedancji gałęzi oraz admitancji własnych i wzajemnych na płaszczyźnie liczb zespolonych przedstawia (Rys 1.1).



Rys 1.1. Impedancje, admitancje własne i wzajemne na płaszczyźnie liczb zespolonych

Napięcia i admitancje przedstawia się w postaci biegunowej korzystając z oznaczeń :

$$\begin{aligned} \underline{U}_i &= U_i e^{j\delta_i} \\ \underline{Y}_{ii} &= G_{ii} + jB_{ii} = Y_{ii} \cdot e^{-j(\pi/2 - \mu_{ii})} & \mu_{ii} &= \arctg(-G_{ii} / B_{ii}) \\ \underline{Y}_{ij} &= G_{ij} + jB_{ij} = Y_{ij} \cdot e^{j(\pi/2 + \mu_{ij})} & \mu_{ij} &= \arctg(-G_{ij} / B_{ij}) \end{aligned} \quad (1.5)$$

1.2. Równania mocowo-napięciowe w układzie biegunowym

Przy oznaczeniach jak wyżej równanie na moc węzłową (1.4) przyjmuje postać:

$$\begin{aligned}
 \underline{S}_i &= U_i e^{j\delta_i} \left[Y_{ii} e^{-j(\pi/2-\mu_{ii})} U_i e^{j\delta_i} + \sum_{j \in N_i} Y_{ij} e^{j(\pi/2+\mu_{ij})} U_j e^{j\delta_j} \right]^* = & (1.6) \\
 &= U_i e^{j\delta_i} Y_{ii} e^{+j(\pi/2-\mu_{ii})} U_i e^{-j\delta_i} + U_i e^{j\delta_i} \sum_{j \in N_i} Y_{ij} e^{-j(\pi/2+\mu_{ij})} U_j e^{-j\delta_j} = \\
 &= U_i^2 Y_{ii} e^{+j(\pi/2-\mu_{ii})} + \sum_{j \in N_i} U_i U_j Y_{ij} e^{j(-\pi/2-\mu_{ij}+\delta_i-\delta_j)} = \\
 &= U_i^2 Y_{ii} (\cos(\pi/2-\mu_{ii}) + j \sin(\pi/2-\mu_{ii})) + \\
 &+ \sum_{j \in N_i} (U_i U_j Y_{ij} (\cos(-\pi/2-\mu_{ij}+\delta_i-\delta_j) + j \sin(-\pi/2-\mu_{ij}+\delta_i-\delta_j))) = \\
 &= U_i^2 Y_{ii} \cos(\pi/2-\mu_{ii}) + j U_i^2 Y_{ii} \sin(\pi/2-\mu_{ii}) + \\
 &\quad + \sum_{j \in N_i} U_i U_j Y_{ij} \cos(-\pi/2-\mu_{ij}+\delta_i-\delta_j) + \\
 &\quad + j \sum_{j \in N_i} U_i U_j Y_{ij} \sin(-\pi/2-\mu_{ij}+\delta_i-\delta_j) = \\
 &= U_i^2 Y_{ii} \cos(\pi/2-\mu_{ii}) + \sum_{j \in N_i} U_i U_j Y_{ij} \cos(-\pi/2-\mu_{ij}+\delta_i-\delta_j) + \\
 &\quad + j U_i^2 Y_{ii} \sin(\pi/2-\mu_{ii}) + j \sum_{j \in N_i} U_i U_j Y_{ij} \sin(-\pi/2-\mu_{ij}+\delta_i-\delta_j) \\
 &= U_i^2 Y_{ii} \sin \mu_{ii} + \sum_{j \in N_i} U_i U_j Y_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j - \mu_{ij}) + \\
 &\quad + j U_i^2 Y_{ii} \cos \mu_{ii} - j \sum_{j \in N_i} U_i U_j Y_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j - \mu_{ij}) = P_i + j Q_i
 \end{aligned}$$

Wyodrębniając część rzeczywistą i urojoną z tego wyrażenia, uzyskuje się najczęściej stosowaną postać równań mocowo-napięciowych sieci przesyłowej:

$$\boxed{
 \begin{aligned}
 P_i &= U_i^2 Y_{ii} \sin \mu_{ii} + \sum_{j \in N_i} U_i U_j Y_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j - \mu_{ij}) \\
 Q_i &= U_i^2 Y_{ii} \cos \mu_{ii} - \sum_{j \in N_i} U_i U_j Y_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j - \mu_{ij})
 \end{aligned}
 } \quad (1.7)$$

Przy wyprowadzeniu tych równań należy zwrócić uwagę na następujące zależności:

$$\begin{aligned}
 \cos(\pi/2 - \mu_{ii}) &= \sin \mu_{ii} \\
 \cos(-\pi/2 - \mu_{ij} + \delta_i - \delta_j) &= \sin(\delta_i - \delta_j - \mu_{ij}) \\
 \sin(\pi/2 - \mu_{ii}) &= \cos \mu_{ii} \\
 \sin(-\pi/2 - \mu_{ij} + \delta_i - \delta_j) &= -\cos(\delta_i - \delta_j - \mu_{ij})
 \end{aligned} \quad (1.8)$$

Przedstawione wyżej równania mocowo-napięciowe sieci dobrze obrazują zależności zachodzące podczas pracy sieci przesyłowej. Jak wiadomo z konstrukcji linii i transformatorów, parametry impedancyjne elementów sieciowych są takie, że są to elementy których reaktancje X znacznie przeważają nad opornościami czynnymi R - można stwierdzić, że praktycznie reaktancje są dziesięciokrotnie większe niż rezystancje. W równaniach mocowo napięciowych kąty μ_{ii} oraz μ_{ij} admitancji własnych i wzajemnych są bliskie zeru, tak więc pierwszy składnik sumy w równaniu na moc czynną jest bliski zeru, a z postaci drugiego składnika sumy wynika, że jeśli nie ma różnicy kątów fazowych napięć $\delta_i - \delta_j$ to moc węzłowa P_i jest bliska zeru. Prowadzi to do wniosku, że w sieci przesyłowej moc czynna jest uzależniona od rozchyłeń wektorów napięć węzłowych. Analizując równanie na moc bierną w którym występuje funkcja trygonometryczna \cos , której argumentem są niewielkie wartości kątów, a to oznacza, że wartość tej funkcji jest bliska 1 , stąd wniosek, że moc bierna jest funkcją różnicy modułów napięć, a ściślej różnicy: $U_i^2 - U_i \cdot U_j$. Zatem w sieci przesyłowej obowiązują dwa podstawowe prawa:

- 1. Moce czynne związane są ściśle z kątami fazowymi napięć węzłowych, (rozchyleniami wektorów napięć).*
- 2. Moce bierne zależą od różnicy modułów napięć węzłowych.*

Równania mocowo-napięciowe sieci są rozwiązywane względem napięć węzłowych U_i , δ_i w programach wyznaczania rozptywów mocy, bowiem zwykle dane są moce P_i , Q_i , pobierane przez odbiory i generowane przez elektrownie w węzłach sieci, a trzeba obliczyć najpierw wektor stanu sieci w postaci napięć węzłowych, a następnie można obliczać przepływy mocy w liniach i transformatorach. Jak widać mamy tutaj do czynienia z równaniami silnie nieliniowymi, bowiem zmienne będące niewiadomymi występują w drugiej potędze jak i w funkcjach trygonometrycznych (\sin , \cos). Należy zauważyć, że dla każdego węzła sieciowego można napisać dwa równania w których występują cztery zmienne. Zatem dla sieci N -węzłowej można ułożyć $2N$ równań w których występować będzie $4N$ zmiennych. Zakładając, że $2N$ zmiennych mają wartości zadane można obliczyć $2N$ pozostałych zmiennych, które traktuje się jako niewiadome. Tak więc obliczanie rozptywów mocy polega na rozwiązywaniu nieliniowego układu równań algebraicznych (1.7) lub (1.11) względem zmiennych U_i oraz δ_i .

1.3. Równania mocowo-napięciowe w układzie biegunowo - algebraicznym

Wyprowadzone wyżej równania można przedstawić nieco w innej postaci. Łatwo zauważyć że:

$$\begin{aligned} Y_{ii} \sin \mu_{ii} &= G_{ii} & Y_{ii} \cos \mu_{ii} &= -B_{ii} \\ Y_{ij} \sin \mu_{ij} &= -G_{ij} & Y_{ij} \cos \mu_{ij} &= B_{ij} \end{aligned} \quad (1.9)$$

oraz

$$\begin{aligned} \sin(\delta_i - \delta_j - \mu_{ij}) &= \sin \delta_{ij} \cos \mu_{ij} - \cos \delta_{ij} \sin \mu_{ij} \\ \cos(\delta_i - \delta_j - \mu_{ij}) &= \cos \delta_{ij} \cos \mu_{ij} - \sin \delta_{ij} \sin \mu_{ij} \end{aligned} \quad (1.10)$$

gdzie $\delta_{ij} = \delta_i - \delta_j$.

Jeśli powyższe oznaczenia zastosuje się w równaniach mocowo-napięciowych, to uzyska się równania, w których napięcia są przedstawione we współrzędnych biegunowych, a elementy macierzy admitancyjnej węzłowej we współrzędnych prostokątnych ($\underline{Y}_{ij} = G_{ij} + jB_{ij}$):

$$\begin{aligned} P_i &= U_i^2 G_{ii} + U_i \sum_{j \in N_i} U_j (B_{ij} \sin \delta_{ij} + G_{ij} \cos \delta_{ij}) \\ Q_i &= -U_i^2 B_{ii} + U_i \sum_{j \in N_i} U_j (G_{ij} \sin \delta_{ij} - B_{ij} \cos \delta_{ij}) \end{aligned} \quad (1.11)$$

1.4. Równania mocowo-napięciowe w układzie algebraicznym

Jeśli weźmie się pod uwagę równanie na moc węzłową w postaci:

$$\underline{S}_i = \underline{U}_i \cdot \left(\sum_{j=1}^N \underline{Y}_{ij} \cdot \underline{U}_j \right)^* \quad (1.12)$$

oraz zarówno admitancje jak i napięcia przedstawi się we współrzędnych prostokątnych: $\underline{Y}_{ij} = \underline{G}_{ij} + j\underline{B}_{ij}$ oraz $\underline{U}_i = \underline{E}_i + j\underline{F}_i$, to otrzyma się:

$$\underline{S}_i = (\underline{E}_i + j\underline{F}_i) \cdot \sum_{j=1}^N (\underline{G}_{ij} - j\underline{B}_{ij}) \cdot (\underline{E}_j - j\underline{F}_j) \quad (1.13)$$

po wymnożeniu w sumie:

$$\underline{S}_i = (\underline{E}_i + j\underline{F}_i) \cdot \left[\sum_{j=1}^N (\underline{E}_j \cdot \underline{G}_{ij} - \underline{F}_j \cdot \underline{B}_{ij}) - j \sum_{j=1}^N (\underline{E}_j \cdot \underline{B}_{ij} + \underline{F}_j \cdot \underline{G}_{ij}) \right] \quad (1.14)$$

wydzielając części rzeczywiste otrzymamy wzór na moc czynną, a urojone wzór na moc bierną:

$$\begin{array}{l} P_i = E_i \cdot \sum_{j=1}^N (E_j \cdot G_{ij} - F_j \cdot B_{ij}) + F_i \cdot \sum_{j=1}^N (F_j \cdot G_{ij} + E_j \cdot B_{ij}) \\ Q_i = F_i \cdot \sum_{j=1}^N (E_j \cdot G_{ij} - F_j \cdot B_{ij}) - E_i \cdot \sum_{j=1}^N (F_j \cdot G_{ij} + E_j \cdot B_{ij}) \end{array} \quad (1.15)$$

1.5. Równania mocowo-napięciowe w postaci okręgów

W układzie sieci wielowęzłowej dla wybranego węzła (i-tego), równania (1.15) można przekształcić do równań dwóch okręgów na płaszczyźnie liczb zespolonych. Równania mocy czynnej i biernej można napisać wydzielając iloczyny związane z admitancjami własnymi i oddzielnie z wzajemnymi:

$$P_i = E_i \cdot (E_i \cdot G_{ii} - F_i \cdot B_{ii}) + E_i \cdot \sum_{j \in N_i} (E_j \cdot G_{ij} - F_j \cdot B_{ij}) + F_i \cdot (F_i \cdot G_{ii} + E_i \cdot B_{ii}) + F_i \cdot \sum_{j \in N_i} (F_j \cdot G_{ij} + E_j \cdot B_{ij}) \quad (1.16)$$

Oznaczenia:

$$A = \sum_{j \in N_i} (E_j \cdot G_{ij} - F_j \cdot B_{ij}) \quad B = \sum_{j \in N_i} (F_j \cdot G_{ij} + E_j \cdot B_{ij}) \quad (1.17)$$

to otrzyma się:

$$P_i = E_i \cdot (E_i \cdot G_{ii} - F_i \cdot B_{ii}) + E_i \cdot A + F_i \cdot (F_i \cdot G_{ii} + E_i \cdot B_{ii}) + F_i \cdot B \quad (1.18)$$

dalej

$$P_i = E_i^2 \cdot G_{ii} - E_i \cdot F_i \cdot B_{ii} + E_i \cdot A + F_i^2 \cdot G_{ii} + F_i \cdot E_i \cdot B_{ii} + E_i \cdot A + F_i \cdot B \quad (1.19)$$

Dzielimy obie strony przez G_{ii} (iloczyn $F_i E_i B_{ii}$ się redukuje):

$$\frac{P_i}{G_{ii}} = E_i^2 + E_i \cdot \frac{A}{G_{ii}} + F_i^2 + F_i \cdot \frac{B}{G_{ii}} \quad (1.20)$$

Uzupełniamy do dwumianów kwadratowych:

$$\frac{P_i}{G_{ii}} = \left(E_i^2 + 2 \cdot E_i \cdot \frac{A}{2 \cdot G_{ii}} + \frac{A^2}{4 \cdot G_{ii}^2} \right) - \frac{A^2}{4 \cdot G_{ii}^2} + \left(F_i^2 + 2 \cdot F_i \cdot \frac{B}{2 \cdot G_{ii}} + \frac{B^2}{4 \cdot G_{ii}^2} \right) - \frac{B^2}{4 \cdot G_{ii}^2} \quad (1.21)$$

Przedstawiając w postaci dwumianów kwadratowych – otrzymuje się równanie okręgu:

$$\left(E_i + \frac{A}{2 \cdot G_{ii}} \right)^2 + \left(F_i + \frac{B}{2 \cdot G_{ii}} \right)^2 = \frac{P_i}{G_{ii}} + \frac{A^2}{4 \cdot G_{ii}^2} + \frac{B^2}{4 \cdot G_{ii}^2}$$

Otrzymaliśmy równanie okręgu którego punkt środkowy i promień jest:

$$O_P \left(-\frac{A}{2 \cdot G_{ii}}, -\frac{B}{2 \cdot G_{ii}} \right), \quad R_P = \sqrt{\frac{P_i}{G_{ii}} + \frac{A^2 + B^2}{4 \cdot G_{ii}^2}}$$

Przeprowadzając podobne przekształcenia dla równania mocy biernej:

$$Q_i = F_i \cdot (E_i \cdot G_{ii} - F_i \cdot B_{ii}) - F_i \cdot \sum_{j \in N_i} (E_j \cdot G_{ij} - F_j \cdot B_{ij}) + \\ - E_i \cdot (F_i \cdot G_{ii} + E_i \cdot B_{ii}) - E_i \cdot \sum_{j \in N_i} (F_j \cdot G_{ij} + E_j \cdot B_{ij}) \quad (1.22)$$

otrzymujemy równanie okręgu:

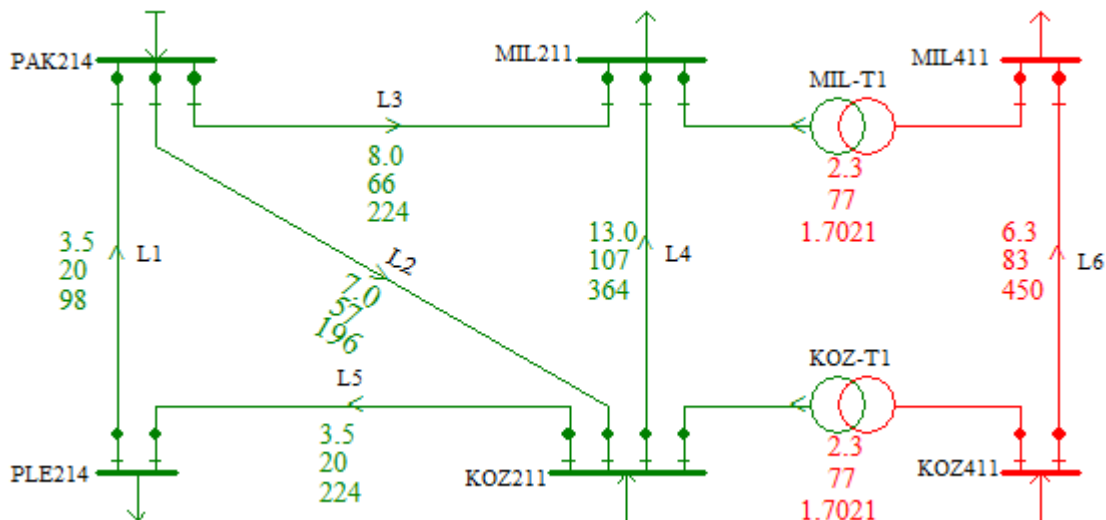
$$\left(E_i + \frac{B}{2 \cdot B_{ii}} \right)^2 + \left(F_i + \frac{A}{2 \cdot B_{ii}} \right)^2 = \frac{Q_i}{-B_{ii}} + \frac{B^2}{4 \cdot B_{ii}^2} + \frac{A^2}{4 \cdot B_{ii}^2}$$

którego środek i promień są:

$$O_Q \left(-\frac{B}{2 \cdot B_{ii}}, -\frac{A}{2 \cdot B_{ii}} \right), \quad R_Q = \sqrt{\frac{P_i}{-B_{ii}} + \frac{A^2 + B^2}{4 \cdot B_{ii}^2}}$$

1.6. Sieć przykładowa

Niech dana będzie sieć jak na (Rys.1.2), kolor zielony – sieć 220 kV, czerwony - 400kV. Na rysunku tym pokazano pod nazwą linii wartości rezystancji, reaktancji i pojemności linii (B/2), a przy transformatorach wartości R,X oraz przekładni napięciowej. Zaznaczono też kierunki oznaczenia elementów (węzeł początkowy i końcowy).



Rys.1.2. Sieć przykładowa

Dalej zamieszczono model tej sieci przesyłowej w postaci tekstowej:

- dane gałęziowe: parametry R, X, B/2 gałęzi i przekładnie transformatorów,
- dane węzłowe: napięcia zadane (V_{io} , D_{io}), moce odbierane (P_l , Q_l) i generowane (P_g , Q_g),
- macierz admitancyjną węzłową,
- bilanse węzłowe: napięcia i moce obliczone,
- przepływy mocy, straty mocy i prądy w gałęziach
- schemat sieci z rozplątem mocy (Rys 1.3).

Sieć przesyłowa

1.Dane gałęziowe

Gałąź	Pocz.	Kon.	R	X	BC/2	In	Teta
-	-	-	Ohm	Ohm	mkS	A(MVA)	kV/kV
L1	PAK214	PLE214	3.50	20.00	98.0	780.0	
L2	PAK214	KOZ211	7.00	57.40	196.0	780.0	
L3	PAK214	MIL211	8.00	65.60	224.0	780.0	
L4	KOZ211	MIL211	13.00	106.60	364.0	950.0	
L5	KOZ211	PLE214	5.00	41.00	140.0	850.0	
L6	KOZ411	MIL411	6.25	82.50	450.0	1466.7	
MIL-T1	MIL411	MIL211	2.30	76.80	0.0	250.0	1.702
KOZ-T1	KOZ411	KOZ211	2.30	76.80	0.0	250.0	1.702

2.Dane węzłowe

Węzeł	Typ	$ V_{io} $	D_{io}	P_l	Q_l	P_g	Q_g
-	-	kV	stopnie	MW	Mvar	MW	Mvar
MIL211	1	220.00	0.0	-360.00	-140.00	0.00	0.00
MIL411	1	400.00	0.0	-160.00	-70.00	0.00	0.00
PLE214	1	220.00	0.0	-280.00	-180.00	0.00	0.00
KOZ211	2	245.00	0.0	0.00	0.00	450.00	86.64
KOZ411	2	420.00	0.0	0.00	0.00	200.00	57.94
PAK214	4	240.00	0.0	0.00	0.00	165.33	128.54

3. Macierz admitancyjna węzłowa

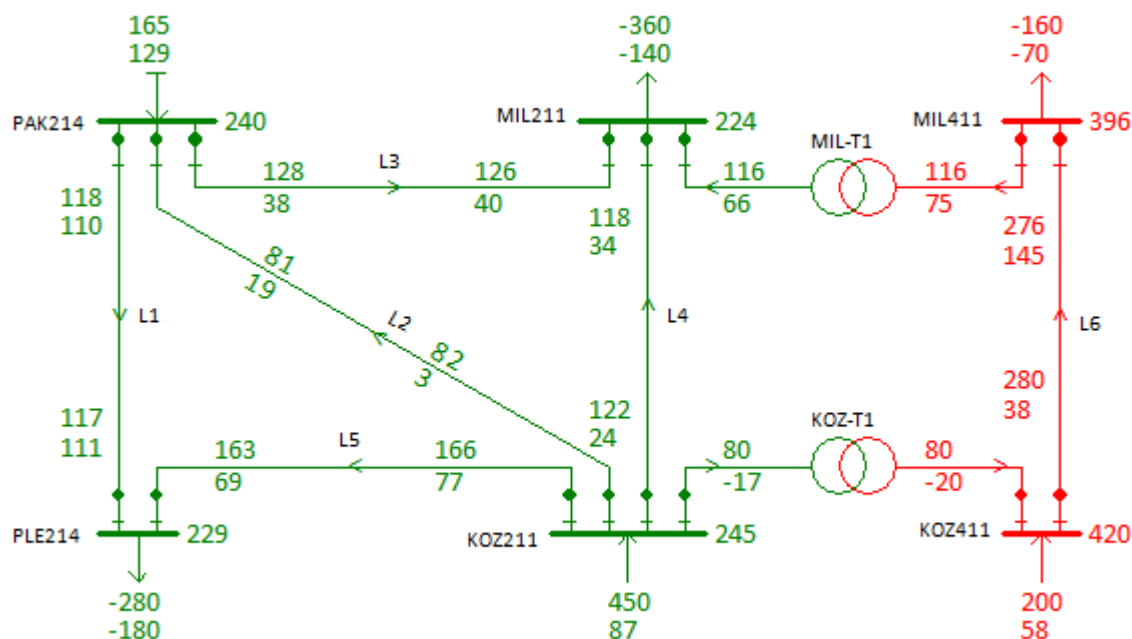
	MIL211	MIL411	PLE214	KOZ211	KOZ411	PAK214
MIL211	0.004088 -0.061365	-0.000663 0.022143	0.000000 0.000000	-0.001127 0.009243	0.000000 0.000000	-0.001832 0.015021
MIL411	-0.000663 0.022143	0.001303 -0.024611	0.000000 0.000000	0.000000 0.000000	-0.000913 0.012052	0.000000 0.000000
PLE214	0.000000 0.000000	0.000000 0.000000	0.011421 -0.072309	-0.002931 0.024033	0.000000 0.000000	-0.008490 0.048514
KOZ211	-0.001127 0.009243	0.000000 0.000000	-0.002931 0.024033	0.007280 -0.087432	-0.000663 0.022143	-0.002093 0.017166
KOZ411	0.000000 0.000000	-0.000913 0.012052	0.000000 0.000000	-0.000663 0.022143	0.001303 -0.024611	0.000000 0.000000
PAK214	-0.001832 0.015021	0.000000 0.000000	-0.008490 0.048514	-0.002093 0.017166	0.000000 0.000000	0.012415 -0.080183

4. Bilanse węzłowe

Węzeł	Typ	Vz	Vi	Di	P1	Q1	Pg	Qg	dP	dQ
-	-	kV	kV	stopnie	MW	Mvar	MW	Mvar	MW	Mvar
MIL211	1	220	224.342	-8.551	-360.0	-140.0	0.0	0.0	0.00	0.00
MIL411	1	400	396.401	-5.231	-160.0	-70.0	0.0	0.0	-0.00	0.00
PLE214	1	220	228.800	-2.048	-280.0	-180.0	0.0	0.0	-0.00	-0.00
KOZ211	2	245	245.000	4.495	0.0	0.0	450.0	86.6	-0.00	0.00
KOZ411	2	420	420.000	2.479	0.0	0.0	200.0	57.9	-0.00	0.00
PAK214	4	240	240.000	0.000	0.0	0.0	165.3	128.5	0.00	0.00

5. Przepływy mocy w gałęziach

Gałąź	Pocz.	Kon.	Ppocz.	Qpocz.	Pkońc.	Qkońc.	dP	dQ	Qład.	Obc.	Ipocz.	Ikońc.
-	-	-	MW	Mvar	MW	Mvar	MW	Mvar	Mvar	%	A	A
L1	PAK214	PLE214	118.3	109.8	116.7	111.1	-1.66	-9.5	10.8	52	388	407
L2	PAK214	KOZ211	-81.2	-19.1	-82.1	-2.7	-0.81	-6.6	23.1	26	201	193
L3	PAK214	MIL211	128.2	37.9	125.6	40.4	-2.64	-21.7	24.2	44	322	340
L4	KOZ211	MIL211	122.0	24.1	118.3	34.1	-3.68	-30.2	40.2	33	293	317
L5	KOZ211	PLE214	166.2	77.0	163.3	68.9	-2.91	-23.9	15.7	53	432	447
L6	KOZ411	MIL411	279.6	37.8	276.4	144.9	-3.26	-43.0	150.1	31	388	455
MIL-T1	MIL411	MIL211	116.4	74.9	116.1	65.6	-0.28	-9.4	0.0	55	202	343
KOZ-T1	KOZ411	KOZ211	-79.6	20.1	-79.7	17.2	-0.09	-2.9	0.0	33	113	192



Rys 1.3. Schemat sieci z rozptywem mocy

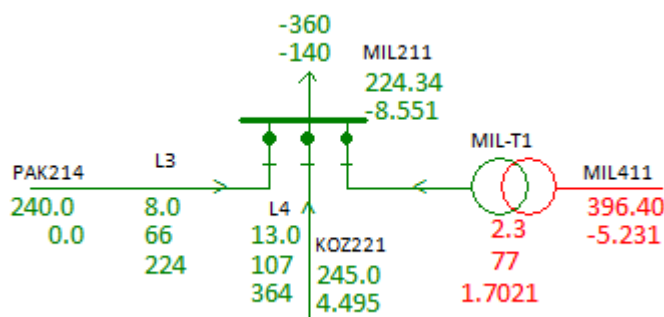
1.7. Przykład obliczania mocy w oparciu o macierz admitycyjną węzłową

Weźmy pod uwagę sieć jak na (Rys.1.2), której wycinek związany z węzłem **MIL211** przedstawia (Rys 1.4). Dla węzła **MIL211** należy obliczyć moc węzłową zgodnie z równaniami (1.1) i (1.2) oraz (1.3). Oblicza się najpierw prąd węzłowy na podstawie równania metody napięć węzłowych, a w drugim kroku na podstawie obliczonego prądu i napięcia węzłowego oblicza się moc węzłową:

$$\underline{I} = \underline{Y} \cdot \underline{U} \quad \rightarrow \quad \underline{I}_i = \underline{Y}_{ii} \cdot \underline{U}_i + \sum_{j \in N_i} \underline{Y}_{ij} \cdot \underline{U}_j$$

$$\underline{S}_i = \underline{U}_i \cdot \underline{I}_i^*$$

Dana jest macierz admitycyjna węzłowa oraz zakłada się, że dane są napięcia po iteracjach. Węzeł **MIL211** jest połączony z węzłem **PAK214** linią **L3** oraz z węzłem **KOZ211** linią **L4**, a także z węzłem **MIL411** transformatorem **MIL-T1** jak na (Rys 1.4).



Rys 1.4. Połączenia węzła MIL211

Wiersz macierzy admitycyjnej węzłowej odpowiadającej węzłowi **MIL211** jest:

	MIL211	MIL411	PLE214	KOZ211	KOZ411	PAK214
MIL211	0.004088	-0.000663	0.000000	-0.001127	0.000000	-0.001832
	-0.061365	0.022143	0.000000	0.009243	0.000000	0.015021

Admitancje: własna i wzajemne (G+jB);

$$Y_{MIL211,MIL211} = G_{MIL211,MIL211} + jB_{MIL211,MIL211} = (0,004088 - j0,061365) S$$

$$Y_{MIL211,MIL411} = G_{MIL211,MIL411} + jB_{MIL211,MIL411} = (-0,000663 + j0,022143) S$$

$$Y_{MIL211,KOZ211} = G_{MIL211,KOZ211} + jB_{MIL211,KOZ211} = (-0,001127 + j0,009243) S$$

$$Y_{MIL211,PAK214} = G_{MIL211,PAK214} + jB_{MIL211,PAK214} = (-0,001832 + j0,015021) S$$

Napięcia węzłowe w postaci algebraicznej (E+jF):

$$\underline{U}_{MIL211} = 224,34 kVe^{-j8,551^{\circ}} = 224,34 \cdot (\cos(-8,551) + jsin(-8,551)) = (221,85 - j33,36) kV$$

$$\underline{U}_{MIL411} = 396,40 kVe^{-j5,231^{\circ}} = 396,40 \cdot (\cos(-5,231) + jsin(-5,231)) = (394,75 - j36,14) kV$$

$$\underline{U}_{KOZ211} = 245,000 kVe^{j4,495^{\circ}} = 245,000 \cdot (\cos(4,495) + jsin(4,495)) = (244,25 + j19,20) kV$$

$$\underline{U}_{PAK214} = 240,000 kVe^{j0,000^{\circ}} = 240,000 \cdot (\cos(0,000) + jsin(0,000)) = (240,00 + j0,00) kV$$

Prąd węzłowy:

$$\begin{aligned}
 \underline{I}_{MIL211} &= \underline{Y}_{MIL211,MIL211} \cdot \underline{U}_{MIL211} + \\
 &+ \underline{Y}_{MIL211,MIL411} \cdot \underline{U}_{MIL411} + \\
 &+ \underline{Y}_{MIL211,KOZ211} \cdot \underline{U}_{KOZ211} + \\
 &+ \underline{Y}_{MIL211,PAK214} \cdot \underline{U}_{PAK214} = \\
 &= (0,004088 - j0,061365) \cdot (221,85 - j33,36) + \\
 &+ (-0,000633 + j0,022143) \cdot (394,75 - j36,14) + \\
 &+ (-0,001127 + j0,009243) \cdot (224,25 + j19,20) + \\
 &+ (-0,001832 + j0,015021) \cdot (240,00 + j0,000) = \\
 &= [(0,004088) \cdot (221,85) - (-0,061365) \cdot (-33,36)] + j[(-0,061365) \cdot (221,85) + (0,004088) \cdot (-33,36)] + \\
 &+ [(-0,000633) \cdot (394,75) - (0,022143) \cdot (-36,14)] + j[(0,022143) \cdot (394,75) + (-0,000633) \cdot (-36,14)] + \\
 &+ [(-0,001127) \cdot (224,25) - (0,009243) \cdot (19,20)] + j[(0,009243) \cdot (224,25) + (-0,001127) \cdot (19,20)] + \\
 &+ [(-0,001832) \cdot (240,00) - (0,015021) \cdot (0,00)] + j[(0,015021) \cdot (240,00) + (-0,001832) \cdot (0,00)] = \\
 &= (-1,1400 - j13,7500 + \\
 &+ (0,5385 + j8,7649) + \\
 &+ (-0,4527 + j2,2359) + \\
 &+ (-0,4397 + j3,6050) = \\
 &= (-1,494 + j0,856) \text{ kA}
 \end{aligned}$$

Moc węzłowa:

$$\begin{aligned}
 \underline{S}_{MIL211} &= \underline{U}_{MIL211} \cdot \underline{I}_{MIL211}^* = (221,85 - j33,36) \cdot (-1,494 - j0,856) = \\
 &= [(221,85) \cdot (-1,494) - (33,36) \cdot 0,856] + j[(-33,36) \cdot (-1,494) + (221,85) \cdot (-0,856)] = \\
 &= \mathbf{-360,00 \text{ MW} - j140,0 \text{ Mvar}}
 \end{aligned}$$

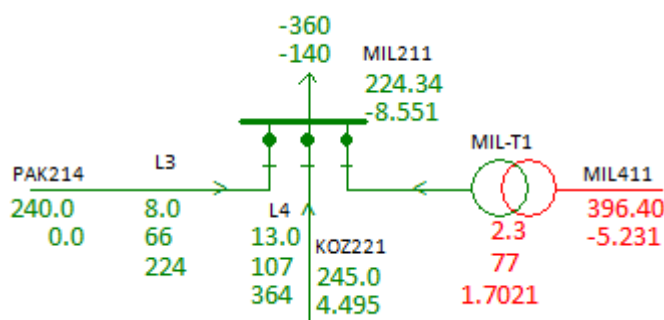
1.8. Przykład obliczania mocy – równania w układzie biegunowym

Weźmy pod uwagę sieć jak na (Rys.1.2), której wycinek związany z węzłem **MIL211** przedstawia (Rys 1.5). Dla węzła **MIL211**, zgodnie z równaniem (1.7), w którym admitancje jak i napięcia są w układzie biegunowy:

$$P_i = U_i^2 Y_{ii} \sin \mu_{ii} + \sum_{j \in N_i} U_i U_j Y_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j - \mu_{ij})$$

$$Q_i = U_i^2 Y_{ii} \cos \mu_{ii} - \sum_{j \in N_i} U_i U_j Y_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j - \mu_{ij})$$

Dana jest macierz admitancyjna węzłowa oraz zakłada się, że dane są napięcia po iteracjach. Węzeł **MIL211** jest połączony z węzłem **PAK214** linią **L3** oraz z węzłem **KOZ211** linią **L4**, a także z węzłem **MIL411** transformatorem **MIL-T1** jak na (Rys 1.5).



Rys 1.5. Połączenia węzła MIL211

Wiersz macierzy admitancyjnej węzłowej odpowiadającej węzłowi **MIL211** jest:

	MIL211	MIL411	PLE214	KOZ211	KOZ411	PAK214
MIL211	0.004088	-0.000663	0.000000	-0.001127	0.000000	-0.001832
	-0.061365	0.022143	0.000000	0.009243	0.000000	0.015021

Admitancje: własna i wzajemne (G+jB);

$$Y_{MIL211,MIL211} = \sqrt{G_{MIL211,MIL211}^2 + B_{MIL211,MIL211}^2} = \sqrt{0,004088^2 + (-0,061365)^2} = 0,061501 S$$

$$\mu_{MIL211,MIL211} = \arctg\left(\frac{-G_{MIL211,MIL211}}{B_{MIL211,MIL211}}\right) = \arctg\left(\frac{-0,004088}{-0,061365}\right) = 3,811^\circ$$

$$Y_{MIL211,MIL411} = \sqrt{G_{MIL211,MIL411}^2 + B_{MIL211,MIL411}^2} = \sqrt{(-0,000663)^2 + 0,022143^2} = 0,022153 S$$

$$\mu_{MIL211,MIL411} = \arctg\left(\frac{-G_{MIL211,MIL411}}{B_{MIL211,MIL411}}\right) = \arctg\left(\frac{-(-0,000663)}{0,022143}\right) = 1,715^\circ$$

$$Y_{MIL211,KOZ211} = \sqrt{G_{MIL211,KOZ211}^2 + B_{MIL211,KOZ211}^2} = \sqrt{(-0,001127)^2 + 0,009243^2} = 0,009311 S$$

$$\mu_{MIL211,KOZ211} = \arctg\left(\frac{-G_{MIL211,KOZ211}}{B_{MIL211,KOZ211}}\right) = \arctg\left(\frac{-(-0,001127)}{0,009243}\right) = 6,952^\circ$$

$$Y_{MIL211,PAK214} = \sqrt{G_{MIL211,PAK214}^2 + B_{MIL211,PAK214}^2} = \sqrt{(-0,001832)^2 + 0,015021^2} = 0,015132 S$$

$$\mu_{MIL211,PAK214} = \arctg\left(\frac{-G_{MIL211,PAK214}}{B_{MIL211,PAK214}}\right) = \arctg\left(\frac{-(-0,001832)}{0,015021}\right) = 6,954^\circ$$

Napięcia węzłowe (moduły i kąty):

$$\underline{U}_{MIL211} = 224,34 \text{ kV } e^{-j8,551^\circ}$$

$$\underline{U}_{MIL411} = 396,40 \text{ kV } e^{-j5,231^\circ}$$

$$\underline{U}_{KOZ211} = 245,000 \text{ kV } e^{j4,495^\circ}$$

$$\underline{U}_{PAK214} = 240,000 \text{ kV } e^{j0,000^\circ}$$

Moc czynna:

$$\begin{aligned} P_{MIL211} &= U_{MIL211}^2 \cdot Y_{MIL211,MIL211} \cdot \sin \mu_{MIL211,MIL211} + \\ &+ U_{MIL211} \cdot U_{MIL411} \cdot Y_{MIL211,MIL411} \cdot \sin(\delta_{MIL211} - \delta_{MIL411} - \mu_{MIL211,MIL411}) + \\ &+ U_{MIL211} \cdot U_{KOZ211} \cdot Y_{MIL211,KOZ211} \cdot \sin(\delta_{MIL211} - \delta_{KOZ211} - \mu_{MIL211,KOZ211}) + \\ &+ U_{MIL211} \cdot U_{PAK214} \cdot Y_{MIL211,PAK214} \cdot \sin(\delta_{MIL211} - \delta_{PAK214} - \mu_{MIL211,MIL411}) = \\ &= 224,34^2 \cdot 0,061501 \cdot \sin(3,811) + \\ &+ 224,34 \cdot 396,40 \cdot 0,022153 \cdot \sin((-8,551) - (-5,231) - 1,715) + \\ &+ 224,34 \cdot 245,000 \cdot 0,009311 \cdot \sin((-8,551) - 4,495 - 6,952) + \\ &+ 224,34 \cdot 240,000 \cdot 0,015132 \cdot \sin((-8,551) - 0,0000 - 6,954) + \\ &= 3084,58 \cdot \sin(3,811) + \\ &+ 1961,71 \cdot \sin(-5,039) + \\ &+ 510,91 \cdot \sin(-20,028) + \\ &+ 813,34 \cdot \sin(-15,528) = \\ &= 205,03 - 172,31 - 174,97 - 217,73 = \mathbf{-360,0 \text{ MW}} \end{aligned}$$

Moc bierna:

$$\begin{aligned} Q_{MIL211} &= U_{MIL211}^2 \cdot Y_{MIL211,MIL211} \cdot \cos \mu_{MIL211,MIL211} + \\ &- U_{MIL411} \cdot Y_{MIL211,MIL411} \cdot \cos(\delta_{MIL211} - \delta_{MIL411} - \mu_{MIL211,MIL411}) + \\ &- U_{MIL211} \cdot U_{KOZ211} \cdot Y_{MIL211,KOZ211} \cdot \cos(\delta_{MIL211} - \delta_{KOZ211} - \mu_{MIL211,KOZ211}) + \\ &- U_{PAK214} \cdot Y_{MIL211,PAK214} \cdot \cos(\delta_{MIL211} - \delta_{PAK214} - \mu_{MIL211,MIL411}) = \\ &= 224,34^2 \cdot 0,061501 \cdot \cos(3,811) + \\ &- 224,34 \cdot 396,40 \cdot 0,022153 \cdot \cos((-8,551) - (-5,231) - 1,715) + \\ &- 224,34 \cdot 245,000 \cdot \cos((-8,551) - 4,495 - 6,952) + \\ &- 224,34 \cdot 240,000 \cdot \cos((-8,551) - 0,000 - 6,954) + \\ &= 3084,58 \cdot \cos(3,811) + \\ &- 1961,71 \cdot \cos(-5,039) + \\ &- 510,91 \cdot \cos(-20,028) + \\ &- 813,34 \cdot \cos(-15,527) = \\ &= 3077,76 - 1954,13 - 480,01 - 783,66 = \mathbf{-140,0 \text{ Mvar}} \end{aligned}$$

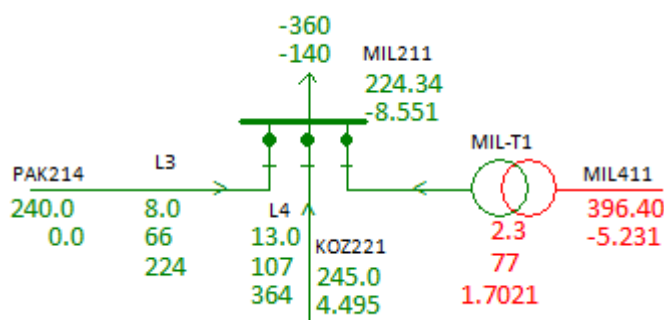
1.9. Przykład obliczania mocy – równania w układzie biegunowo - algebraicznym

Weźmy pod uwagę sieć jak na (Rys.1.2), której wycinek związany z węzłem **MIL211** przedstawia (Rys 1.6). Dla węzła **MIL211**, zgodnie z równaniem (1.11) w którym admitancje są w układzie algebraicznym, a napięcia w układzie biegunowy:

$$P_i = U_i^2 G_{ii} + U_i \sum_{j \in N_i} U_j (B_{ij} \sin \delta_{ij} + G_{ij} \cos \delta_{ij})$$

$$Q_i = -U_i^2 B_{ii} + U_i \sum_{j \in N_i} U_j (G_{ij} \sin \delta_{ij} - B_{ij} \cos \delta_{ij})$$

Dana jest macierz admitancyjna węzłowa oraz zakłada się, że dane są napięcia po iteracjach. Węzeł **MIL211** jest połączony z węzłem **PAK214** linią **L3** oraz z węzłem **KOZ211** linią **L4**, a także z węzłem **MIL411** transformatorem **MIL-T1** jak na (Rys 1.6).



Rys 1.6. Połączenia węzła MIL211

Wiersz macierzy admitancyjnej węzłowej odpowiadającej węzłowi **MIL211** jest:

	MIL211	MIL411	PLE214	KOZ211	KOZ411	PAK214
MIL211	0.004088	-0.000663	0.000000	-0.001127	0.000000	-0.001832
	-0.061365	0.022143	0.000000	0.009243	0.000000	0.015021

Admitancje: własna i wzajemne (G+jB);

$$Y_{MIL211,MIL211} = G_{MIL211,MIL211} + jB_{MIL211,MIL211} = (0,004088 - j0,061365) S$$

$$Y_{MIL211,MIL411} = G_{MIL211,MIL411} + jB_{MIL211,MIL411} = (-0,000663 + j0,022143) S$$

$$Y_{MIL211,KOZ211} = G_{MIL211,KOZ211} + jB_{MIL211,KOZ211} = (-0,001127 + j0,009243) S$$

$$Y_{MIL211,PAK214} = G_{MIL211,PAK214} + jB_{MIL211,PAK214} = (-0,001832 + j0,015021) S$$

Napięcia węzłowe (moduły i kąty):

$$\underline{U}_{MIL211} = 224,34 kV e^{-j8,551^\circ}$$

$$\underline{U}_{MIL411} = 396,40 kV e^{-j5,231^\circ}$$

$$\underline{U}_{KOZ211} = 245,000 kV e^{j4,495^\circ}$$

$$\underline{U}_{PAK214} = 240,000 kV e^{j0,000^\circ}$$

Moc czynna:

$$\begin{aligned}
 P_{MIL211} &= U_{MIL211}^2 \cdot G_{MIL211,MIL211} + \\
 &+ U_{MIL211} \cdot U_{MIL411} \cdot (B_{MIL211,MIL411} \cdot \sin(\delta_{MIL211} - \delta_{MIL411}) + G_{MIL211,MIL411} \cdot \cos(\delta_{MIL211} - \delta_{MIL411}) + \\
 &+ U_{MIL211} \cdot U_{KOZ211} \cdot (B_{MIL211,KOZ211} \cdot \sin(\delta_{MIL211} - \delta_{KOZ211}) + G_{MIL211,KOZ211} \cdot \cos(\delta_{MIL211} - \delta_{KOZ211}) + \\
 &+ U_{MIL211} \cdot U_{PAK214} \cdot (B_{MIL211,PAK214} \cdot \sin(\delta_{MIL211} - \delta_{PAK214}) + G_{MIL211,PAK214} \cdot \cos(\delta_{MIL211} - \delta_{PAK214})) = \\
 &= 2234,34^2 \cdot 0,004088 + \\
 &+ 224,34 \cdot 396,40 \cdot [0,022143 \cdot \sin((-8,551) - (-5,231)) + (-0,000633) \cdot \cos((-8,551) - (-5,231))] + \\
 &+ 224,34 \cdot 245,000 \cdot [0,009243 \cdot \sin((-8,551) - (4,495)) + (-0,001127) \cdot \cos((-8,551) - (4,495))] + \\
 &+ 223,953 \cdot 240,000 \cdot [0,015021 \cdot \sin((-8,551) - 0,000) + (-0,001832) \cdot \cos((-8,551) - 0,000)] = \\
 &= 205,74 + \\
 &+ 88928,38 \cdot [0,022143 \cdot \sin(-3,320) + (-0,000633) \cdot \cos(-3,320)] + \\
 &+ 54963,30 \cdot [0,009243 \cdot \sin(-13,046) + (-0,001127) \cdot \cos(-13,046)] + \\
 &+ 53841,60 \cdot [0,015021 \cdot \sin(-8,551) + (-0,001832) \cdot \cos(-8,551)] = \\
 &= 205,74 + 88928,38 \cdot [(-0,00128) + (-0,00066)] + 54963,30 \cdot [(-0,00209) + (-0,0010)] + 53841,60 \cdot [(-0,00223) + (-0,00181)] = \\
 &= 205,74 - 172,90 - 175,02 - 217,79 = \mathbf{-360,0 MW}
 \end{aligned}$$

Moc bierna:

$$\begin{aligned}
 Q_{MIL211} &= -U_{MIL211}^2 \cdot B_{MIL211,MIL211} + \\
 &+ U_{MIL211} \cdot U_{MIL411} \cdot (G_{MIL211,MIL411} \cdot \sin(\delta_{MIL211} - \delta_{MIL411}) - B_{MIL211,MIL411} \cdot \cos(\delta_{MIL211} - \delta_{MIL411}) + \\
 &+ U_{MIL211} \cdot U_{KOZ211} \cdot (G_{MIL211,KOZ211} \cdot \sin(\delta_{MIL211} - \delta_{KOZ211}) - B_{MIL211,KOZ211} \cdot \cos(\delta_{MIL211} - \delta_{KOZ211}) + \\
 &+ U_{MIL211} \cdot U_{PAK214} \cdot (B_{MIL211,PAK214} \cdot \sin(\delta_{MIL211} - \delta_{PAK214}) - B_{MIL211,PAK214} \cdot \cos(\delta_{MIL211} - \delta_{PAK214})) = \\
 &= -224,34^2 \cdot 0,004088 + \\
 &+ 224,34 \cdot 396,40 \cdot [-0,000633 \cdot \sin((-8,551) - (-5,231)) - 0,022143 \cdot \cos((-8,551) - (-5,231))] + \\
 &+ 224,34 \cdot 245,000 \cdot [-0,001127 \cdot \sin((-8,551) - (4,502)) - 0,009243 \cdot \cos((-8,551) - (4,495))] + \\
 &+ 224,34 \cdot 240,000 \cdot [-0,001832 \cdot \sin((-8,551) - 0,000) - 0,015021 \cdot \cos((-8,551) - 0,000)] = \\
 &= 3088,40 + \\
 &+ 88928,38 \cdot [-0,000633 \cdot \sin(-3,320) - 0,022143 \cdot \cos(-3,320)] + \\
 &+ 54963,30 \cdot [-0,001127 \cdot \sin(-13,046) - 0,009243 \cdot \cos(-13,046)] + \\
 &+ 53841,60 \cdot [-0,001832 \cdot \sin(-8,551) - 0,015021 \cdot \cos(-8,551)] = \\
 &= 3088,40 + 88928,38 \cdot [(0,00004 - (0,02211))] + 54963,30 \cdot [(0,00025) - (0,00900)] + 53841,60 \cdot [(0,00027) - (0,01485)] = \\
 &= 3088,40 - 1962,42 - 480,93 - 785,10 = \mathbf{-140,0 Mvar}
 \end{aligned}$$

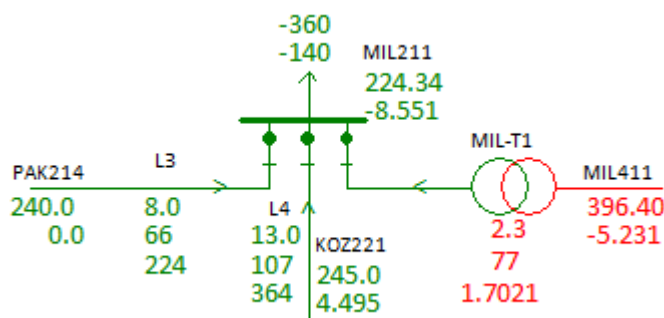
1.10. Przykład obliczenia mocy – równania w układzie algebraicznym

Weźmy pod uwagę sieć jak na (Rys.1.2), której wycinek związany z węzłem **MIL211** przedstawia (Rys 1.7). Dla węzła **MIL211**, zgodnie z równaniem (1.15) w którym admitancje i napięcia są w układzie algebraicznym:

$$P_i = E_i \sum_{j \in N_i} (E_j \cdot G_{ij} - F_j \cdot B_{ij}) + F_i \sum_{j \in N_i} (F_j \cdot G_{ij} + E_j \cdot B_{ij})$$

$$Q_i = F_i \sum_{j \in N_i} (E_j \cdot G_{ij} - F_j \cdot B_{ij}) - E_i \sum_{j \in N_i} (F_j \cdot G_{ij} + E_j \cdot B_{ij})$$

Dana jest macierz admitancyjna węzłowa oraz zakłada się, że dane są napięcia po iteracjach. Węzeł **MIL211** jest połączony z węzłem **PAK214** linią **L3** oraz z węzłem **KOZ211** linią **L4**, a także z węzłem **MIL411** transformatorem **MIL-T1** jak na (Rys 1.7).



Rys 1.7. Połączenia węzła MIL211

Wiersz macierzy admitancyjnej węzłowej odpowiadającej węzłowi **MIL211** jest:

	MIL211	MIL411	PAK214	KOZ211	KOZ411	PAK214
MIL211	0.004088	-0.000663	-0.001127	-0.061365	0.000000	0.000000
		0.022143	0.009243	0.015021	0.000000	0.000000
			0.000000	0.000000	0.000000	0.000000

Admitancje: własna i wzajemne w układzie algebraicznym (G+jB);

$$Y_{MIL211,MIL211} = G_{MIL211,MIL211} + jB_{MIL211,MIL211} = (0,004088 - j0,061365) S$$

$$Y_{MIL211,MIL411} = G_{MIL211,MIL411} + jB_{MIL211,MIL411} = (-0,000663 + j0,022143) S$$

$$Y_{MIL211,KOZ211} = G_{MIL211,KOZ211} + jB_{MIL211,KOZ211} = (-0,001127 + j0,009243) S$$

$$Y_{MIL211,PAK214} = G_{MIL211,PAK214} + jB_{MIL211,PAK214} = (-0,001832 + j0,015021) S$$

Napięcia węzłowe w układzie algebraicznym (E=jF):

$$\underline{U}_{MIL211} = 223,953 \text{ kVe}^{-j8,551^\circ} = 224,34 \cdot (\cos(-8,551) + j\sin(-8,551)) = (221,85 - j33,36) \text{ kV}$$

$$\underline{U}_{MIL411} = 395,409 \text{ kVe}^{-j5,250^\circ} = 396,40 \cdot (\cos(-5,231) + j\sin(-5,231)) = (394,75 - j36,14) \text{ kV}$$

$$\underline{U}_{KOZ211} = 245,000 \text{ kVe}^{j4,502^\circ} = 245,000 \cdot (\cos(4,495) + j\sin(4,495)) = (244,25 + j19,20) \text{ kV}$$

$$\underline{U}_{PAK214} = 240,000 \text{ kVe}^{j0,000^\circ} = 240,000 \cdot (\cos(0,000) + j\sin(0,000)) = (240,00 + j0,00) \text{ kV}$$

Moc czynna:

$$\begin{aligned}
 P_{MIL211} &= E_{MIL211} \cdot (E_{MIL211} \cdot G_{MIL211,MIL211} - F_{MIL211} \cdot B_{MIL211,MIL211}) + F_{MIL211} \cdot (F_{MIL211} \cdot G_{MIL211,MIL211} + E_{MIL211} \cdot B_{MIL211,MIL211}) + \\
 &+ E_{MIL211} \cdot (E_{MIL411} \cdot G_{MIL211,MIL411} - F_{MIL411} \cdot B_{MIL211,MIL411}) + F_{MIL211} \cdot (F_{MIL411} \cdot G_{MIL211,MIL411} + E_{MIL411} \cdot B_{MIL211,MIL411}) + \\
 &+ E_{MIL211} \cdot (E_{KOZ211} \cdot G_{MIL211,KOZ211} - F_{KOZ211} \cdot B_{MIL211,KOZ211}) + F_{MIL211} \cdot (F_{KOZ211} \cdot G_{MIL211,KOZ211} + E_{KOZ211} \cdot B_{MIL211,KOZ211}) + \\
 &+ E_{MIL211} \cdot (E_{PAK214} \cdot G_{MIL211,PAK214} - F_{PAK214} \cdot B_{MIL211,PAK214}) + F_{MIL211} \cdot (F_{PAK214} \cdot G_{MIL211,PAK214} + E_{PAK214} \cdot B_{MIL211,PAK214}) = \\
 &= 221,85 \cdot [221,85 \cdot 0,004088 - (-33,36) \cdot (-0,061365)] + (-33,36) \cdot [(-33,36) \cdot 0,004088 + 221,85 \cdot (-0,061365)] + \\
 &+ 221,85 \cdot [394,75 \cdot (-0,000633) - (-36,14) \cdot 0,022143] + (-33,36) \cdot [(-36,14) \cdot (-0,000663) + 394,75 \cdot 0,022143] + \\
 &+ 221,85 \cdot [244,25 \cdot (-0,001127) - 19,20 \cdot 0,009243] + (-33,36) \cdot [19,20 \cdot (-0,001127) + 244,25 \cdot 0,009243] + \\
 &+ 221,85 \cdot [240,00 \cdot (-0,001832) - 0,00 \cdot 0,015021] + (-33,36) \cdot [0,00 \cdot (-0,001832) + 240,00 \cdot 0,015021] = \\
 &= 221,85 \cdot (-1,1400) + (-33,357) \cdot (-13,7500) + \\
 &= 221,85 \cdot 0,5385 + (-33,357) \cdot 8,7649 + \\
 &= 221,85 \cdot (-0,4527) + (-33,357) \cdot 2,2359 + \\
 &= 221,85 \cdot (-0,4397) + (-33,357) \cdot 3,6050 = \\
 &= 205,74 - 172,90 - 175,02 - 217,79 = \mathbf{-360 MW}
 \end{aligned}$$

Moc bierna:

$$\begin{aligned}
 P_{MIL211} &= F_{MIL211} \cdot (E_{MIL211} \cdot G_{MIL211,MIL211} - F_{MIL211} \cdot B_{MIL211,MIL211}) + E_{MIL211} \cdot (F_{MIL211} \cdot G_{MIL211,MIL211} + E_{MIL211} \cdot B_{MIL211,MIL211}) + \\
 &+ F_{MIL211} \cdot (E_{MIL411} \cdot G_{MIL211,MIL411} - F_{MIL411} \cdot B_{MIL211,MIL411}) + E_{MIL211} \cdot (F_{MIL411} \cdot G_{MIL211,MIL411} + E_{MIL411} \cdot B_{MIL211,MIL411}) + \\
 &+ F_{MIL211} \cdot (E_{KOZ211} \cdot G_{MIL211,KOZ211} - F_{KOZ211} \cdot B_{MIL211,KOZ211}) + E_{MIL211} \cdot (F_{KOZ211} \cdot G_{MIL211,KOZ211} + E_{KOZ211} \cdot B_{MIL211,KOZ211}) + \\
 &+ F_{MIL211} \cdot (E_{PAK214} \cdot G_{MIL211,PAK214} - F_{PAK214} \cdot B_{MIL211,PAK214}) + E_{MIL211} \cdot (F_{PAK214} \cdot G_{MIL211,PAK214} + E_{PAK214} \cdot B_{MIL211,PAK214}) = \\
 &= (-33,36) \cdot [221,85 \cdot 0,004088 - (-33,36) \cdot (-0,061365)] + 221,85 \cdot [(-33,36) \cdot 0,004088 + 221,85 \cdot (-0,061365)] + \\
 &+ (-33,36) \cdot [394,75 \cdot (-0,000633) - (-36,14) \cdot 0,022143] + 221,85 \cdot [(-36,14) \cdot (-0,000663) + 394,75 \cdot 0,022143] + \\
 &+ (-33,36) \cdot [244,25 \cdot (-0,001127) - 19,20 \cdot 0,009243] + 221,45 \cdot [19,20 \cdot (-0,001127) + 244,25 \cdot 0,009243] + \\
 &+ (-33,36) \cdot [240,00 \cdot (-0,001832) - 0,00 \cdot 0,015021] + 221,45 \cdot [0,00 \cdot (-0,001832) + 240,00 \cdot 0,015021] = \\
 &= (-33,36) \cdot (-1,1400) + 221,45 \cdot (-13,7500) + \\
 &= (-33,36) \cdot 0,5385 + 221,85 \cdot 8,7649 + \\
 &= (-33,36) \cdot (-0,4527) + 221,45 \cdot 2,2359 + \\
 &= (-33,36) \cdot (-0,4397) + 221,45 \cdot 3,6050 = \\
 &= 3088,40 - 1962,42 - 480,93 - 785,10 = \mathbf{-140 Mvar}
 \end{aligned}$$

1.11. Przykład obliczania mocy – równania w postaci okręgów

Równania w postaci równań dwóch okręgów są:

$$\left(E_i + \frac{A}{2 \cdot G_{ii}}\right)^2 + \left(F_i + \frac{B}{2 \cdot G_{ii}}\right)^2 = \left(\sqrt{\frac{P_i}{G_{ii}} + \frac{A^2 + B^2}{4 \cdot G_{ii}^2}}\right)^2 \Leftarrow P \quad (1.23)$$

$$\left(E_i + \frac{B}{2 \cdot B_{ii}}\right)^2 + \left(F_i + \frac{A}{2 \cdot B_{ii}}\right)^2 = \left(\sqrt{\frac{Q_i}{-B_{ii}} + \frac{A^2 + B^2}{4 \cdot B_{ii}^2}}\right)^2 \Leftarrow Q$$

gdzie:

$$A = \sum_{j \in N_i} (E_j \cdot G_{ij} - F_j \cdot B_{ij}) \quad B = \sum_{j \in N_i} (F_j \cdot G_{ij} + E_j \cdot B_{ij}) \quad (1.24)$$

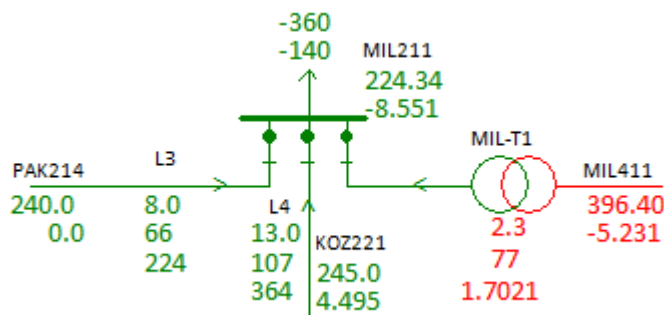
Środek i promień okręgu mocy czynnej:

$$O_P \left(-\frac{A}{2 \cdot G_{ii}}, -\frac{B}{2 \cdot G_{ii}}\right), \quad R_P = \sqrt{\frac{P_i}{G_{ii}} + \frac{A^2 + B^2}{4 \cdot G_{ii}^2}} \quad (1.25)$$

Środek i promień okręgu mocy biernej:

$$O_Q \left(-\frac{B}{2 \cdot B_{ii}}, -\frac{A}{2 \cdot B_{ii}}\right), \quad R_Q = \sqrt{\frac{Q_i}{-B_{ii}} + \frac{A^2 + B^2}{4 \cdot B_{ii}^2}} \quad (1.26)$$

Dana jest macierz admitancyjna węzłowa oraz zakłada się, że dane są napięcia po iteracjach. Węzeł **MIL211** jest połączony z węzłem **PAK214** linią **L3** oraz z węzłem **KOZ211** linią **L4**, a także z węzłem **MIL411** transformatorem **MIL-T1** jak na (Rys 1.8).



Rys 1.8. Połączenia węzła MIL211

Wiersz macierzy admitancyjnej węzłowej odpowiadającej węzłowi **MIL211** jest:

	MIL211	MIL411	PLE214	KOZ211	KOZ411	PAK214
MIL211	0.004088	-0.000663	0.000000	-0.001127	0.000000	-0.001832
	-0.061365	0.022143	0.000000	0.009243	0.000000	0.015021

Admitancje: własna i wzajemne w układzie algebraicznym (G+jB);

$$\begin{aligned} Y_{MIL211,MIL211} &= G_{MIL211,MIL211} + jB_{MIL211,MIL211} = (0,004088 - j0,061365) S \\ Y_{MIL211,MIL411} &= G_{MIL211,MIL411} + jB_{MIL211,MIL411} = (-0,000663 + j0,022143) S \\ Y_{MIL211,KOZ211} &= G_{MIL211,KOZ211} + jB_{MIL211,KOZ211} = (-0,001127 + j0,009243) S \\ Y_{MIL211,PAK214} &= G_{MIL211,PAK214} + jB_{MIL211,PAK214} = (-0,001832 + j0,015021) S \end{aligned}$$

Napięcia węzłowe w układzie algebraicznym (E=jF):

$$\begin{aligned} \underline{U}_{MIL211} &= 223,953 \text{ kVe}^{-j8,551^\circ} = 224,34 \cdot (\cos(-8,551) + j\sin(-8,551)) = (221,85 - j33,36) \text{ kV} \\ \underline{U}_{MIL411} &= 395,409 \text{ kVe}^{-j5,250^\circ} = 396,40 \cdot (\cos(-5,231) + j\sin(-5,231)) = (394,75 - j36,14) \text{ kV} \\ \underline{U}_{KOZ211} &= 245,000 \text{ kVe}^{j4,502^\circ} = 245,000 \cdot (\cos(4,495) + j\sin(4,495)) = (244,25 + j19,20) \text{ kV} \\ \underline{U}_{PAK214} &= 240,000 \text{ kVe}^{j0,000^\circ} = 240,000 \cdot (\cos(0,000) + j\sin(0,000)) = (240,00 + j0,00) \text{ kV} \end{aligned}$$

Obliczenia

$$\begin{aligned}
 A &= (E_{MIL411} \cdot G_{MIL211,MIL411} - F_{MIL411} \cdot B_{MIL211,MIL411}) + \\
 &\quad + (E_{KOZ211} \cdot G_{MIL211,KOZ211} - F_{KOZ211} \cdot B_{MIL211,KOZ211}) + \\
 &\quad + (E_{PAK211} \cdot G_{MIL211,PAK211} - F_{PAK211} \cdot B_{MIL211,PAK211}) = \\
 &= (394,75) \cdot (-0,000663) - (-36,14) \cdot (0,022143) + \\
 &\quad + (244,25) \cdot (-0,001127) - (19,20) \cdot (0,009243) + \\
 &\quad + (240,00) \cdot (-0,001832 - (0,00 \cdot (0,015021)) = + \\
 &= 0,5385 - 0,4527 - 0,4397 = -0,3539
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 B &= (F_{MIL411} \cdot G_{MIL211,MIL411} + E_{MIL411} \cdot B_{MIL211,MIL411}) + \\
 &\quad + (F_{KOZ211} \cdot G_{MIL211,KOZ211} + E_{KOZ211} \cdot B_{MIL211,KOZ211}) + \\
 &\quad + (F_{PAK211} \cdot G_{MIL211,PAK211} + E_{PAK211} \cdot B_{MIL211,PAK211}) = \\
 &= (-36,14) \cdot (-0,000663) + (394,75) \cdot (0,022143) + \\
 &\quad + (19,20) \cdot (-0,001127) + (244,25) \cdot (0,009243) + \\
 &\quad + (0,00) \cdot (-0,001832 + (240,00) \cdot (0,015021)) = + \\
 &= 8,7649 + 2,2359 + 3,6050 = 14,6059
 \end{aligned}$$

Środek okręgu równania mocy czynnej:

$$O_P = \left(-\frac{A}{2 \cdot G_{ii}}, -\frac{B}{2 \cdot G_{ii}} \right) = \left(-\frac{-0,3539}{2 \cdot 0,004088}, -\frac{14,6059}{2 \cdot 0,004088} \right) = (43, -1786)$$

Promień okręgu równania mocy czynnej:

$$R_P = \sqrt{\frac{P_i}{G_{ii}} + \frac{A^2 + B^2}{4 \cdot G_{ii}}} = \sqrt{\frac{-360}{0,004088} + \frac{(-0,3539)^2 + 14,6059^2}{4 \cdot 0,004088^2}} = 1762$$

Środek okręgu równania mocy biernej:

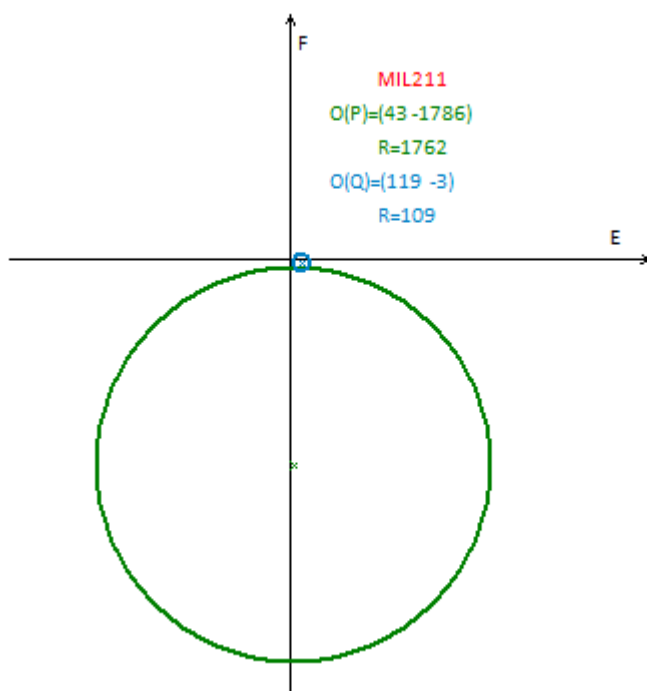
$$O_Q = \left(-\frac{B}{2 \cdot B_{ii}}, -\frac{A}{2 \cdot B_{ii}} \right) = \left(-\frac{14,6059}{2 \cdot (-0,061365)}, -\frac{-0,3539}{2 \cdot (-0,061365)} \right) = (119, -3)$$

Promień okręgu równania mocy biernej:

$$R_Q = \sqrt{\frac{Q}{-G_{ii}} + \frac{A^2 + B^2}{4 \cdot B}} = \sqrt{\frac{-140}{-(-0,061365)} + \frac{(-0,3539)^2 + 14,6059^2}{4 \cdot (-0,061365)^2}} = 109$$

Wynik

Równania okręgów mocy czynnej (kolor zielony) i mocy biernej (kolor niebieski) na płaszczyźnie liczb zespolonych przedstawia (Rys 1.9).



Rys 1.9. Okręgi przedstawiające równania mocy czynnej i biernej węzła MIL211